

10 класс

10.1. Имеется 40 карандашей четырех цветов — по 10 карандашей каждого цвета. Их раздали 10 ребятам так, что каждый получил по 4 карандаша. Какое наименьшее количество ребят всегда можно выбрать, чтобы у них гарантированно нашлись карандаши всех цветов, вне зависимости от распределения карандашей?

(И. Богданов, О. Подлипский)

10.2. По окружности расставлено 100 попарно различных

чисел. До-

кажите, что можно выбрать 4 подряд стоящих числа таким образом, чтобы сумма двух крайних чисел этой четверки была строго больше суммы средних.

(С. Берлов)

10.3. Через центр O окружности, описанной около неравностороннего остроугольного треугольника ABC , проведены прямые, перпендикулярные сторонам AB и AC . Эти прямые пересекают высоту AD треугольника ABC , в точках P и Q . Точка M — середина стороны BC , а S — центр окружности, описанной около треугольника OPQ . Докажите, что $\angle BAS = \angle CAM$.

(Д. Прокопенко)

10.4. В каждой клетке квадрата 100×100 записано некоторое натуральное число. Прямоугольник, стороны которого идут по линиям сетки, назовем *хорошим*, если сумма чисел во всех его клетках делится на 17. Разрешается одновременно закрашивать все клетки в некотором хорошем прямоугольнике. Одну клетку запрещается закрашивать дважды. При каком наибольшем d можно закрасить хотя бы d клеток при любом расположении чисел?

(П. Зусманович, Ф. Петров)