

11 класс

- 11.5. Дано натуральное $n > 1$. Докажите, что найдутся такие n последовательных натуральных чисел, что их произведение делится на все простые числа, не превосходящие $2n + 1$, и не делится ни на одно другое простое число. (И. Богданов)
- 11.6. Могут ли 4 центра вписанных в грани тетраэдра окружностей лежать в одной плоскости? (И. Богданов, О. Подлипский)
- 11.7. Многочлен $P(x)$ степени $n \geq 3$ имеет n вещественных корней $x_1 < x_2 < \dots < x_n$, причем $x_2 - x_1 < x_3 - x_2 < \dots < x_n - x_{n-1}$. Докажите, что максимум функции $y = |P(x)|$ на отрезке $[x_{n-1}, x_n]$ достигается в точке, принадлежащей отрезку $[x_{n-1}, x_n]$. (И. Богданов)
- 11.8. В школе-интернате преподаётся 9 предметов и учатся 512 детей, расселённых в 256 двухместных номерах (детей, живущих в одном номере, назовём *соседями*). Известно, что у любых двух детей наборы предметов, которые им интересны, различны (в частности, ровно одному ребёнку не интересно ничего). Докажите, что всех детей можно построить по кругу так, чтобы любые два соседа стояли рядом, а для любых двух несоседей, стоящих рядом, одному из них интересны все предметы, интересные другому, и ещё ровно один предмет. (Д. Фон-Дер-Флаасс)