Возможные решения
9 класс

Задача 1. Плотность нефти

Условие равновесия в первом случае запишется как $mg = F_A$, где сила Архимеда $F_A = \rho_1 g(d-a)S$. Отсюда найдём:

$$\frac{m}{S} = \rho_1(d-a). \qquad (1)$$

Во втором случае давление на уровне дна составит $p = \rho_1 gd + \rho_0 ga$. Следовательно, условие равновесия запишется как:

$$\big(m + \rho_1 S(d+a)\big)g = pS = (\rho_1 d + \rho_0 a)gS,$$

откуда, используя (1), найдём $\rho_1 = (a/d)\rho_0$. Подставим это выражение в (1):

$$\frac{m}{S} = \rho_0\frac{a}{d}(d-a), \qquad \text{или} \qquad x^2 - x + \frac{m}{\rho_0 dS} = 0,$$

где $x = a/d$. Решая уравнение, получим два корня:

$$x_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{m}{\rho_0 dS}} = \frac{1}{5} \text{ или } \frac{4}{5}.$$

Таким образом, найдём два возможных значения для плотности нефти:

$$\rho_1 = \rho_0 x = 0{,}2 \text{ г/см}^3 \text{ или } 0{,}8 \text{ г/см}^3.$$

Исходя из того, что $a/d > 1/2$, получим окончательно $\rho_1 = 0{,}8$ г/см^3.

Критерии оценивания

Записано условие равновесия в первом случае 2
Записано условие равновесия во втором случае 2
Найдены два возможных значения плотности 4
Выбрано верное значение плотности 2

Задача 2. Манёвры кораблей

1. Для ответа на первый вопрос удобно выбрать систему отсчёта, связанную с одним из кораблей (например, A). На рисунке 17 изображён вектор $\vec{V}$ относительной скорости корабля. Так как по условию $v_1 = v_2 = v$, из рисунка следует, что относительная скорость $\vec{V}$ направлена под углом 30° к линии, соединяющей корабли, и равна по модулю v. Для определения минимального расстояния между кораблями нужно опустить

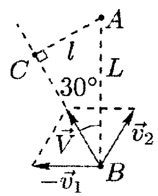

Рис. 17

перпендикуляр из точки A на направление относительной скорости. Минимальное расстояние между кораблями при их дальнейшем движении есть длина $l = AC = L \sin 30° = L/2$ опущенного перпендикуляра.

2. Двигаясь с относительной скоростью $V = v$, корабль B окажется на минимальном расстоянии от корабля A через время:

$$\tau = \frac{L \cos 30°}{v} = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{L}{v}.$$

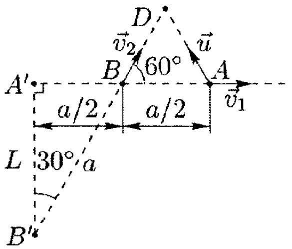

Рис. 18

3. Для ответа на третий вопрос изобразим относительное положение кораблей на море в тот момент, когда корабль B пересекает линию движения корабля A (рис. 18). На этом рисунке точки A' и B' обозначают положения кораблей в начальный момент времени. Так как скорости кораблей и катера по модулю одинаковы, а угол между скоростями $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ равен 60°, точка D встречи катера с кораблём B должна лежать в вершине равностороннего треугольника. Значит, $v\Delta t = a/2$, где a — гипотенуза $\Delta A'B'B$, равная $2L/\sqrt{3}$. Отсюда находим Δt:

$$\Delta t = \frac{a}{2v} = \frac{1}{\sqrt{3}}\frac{L}{v}.$$

Критерии оценивания

Определено минимальное расстояние l 4
Найдено время τ 3
Определено время Δt 3

Задача 3. Плавление льда

При заполнении лунки кипятком некоторый объём V_x льда расплавится. Из этого льда образуется вода́ объёмом $V_в = V_x\rho_л/\rho_0$. Следовательно, объём полости увеличится на ΔV:

$$\Delta V = V_x - V_в = V_x\left(\frac{\rho_0 - \rho_л}{\rho_0}\right). \tag{2}$$

Для плавления льда объёмом V_x потребуется количество теплоты Q_1:

$$Q_1 = V_x\rho_л\lambda. \tag{3}$$

Такое же количество теплоты отдаст льду кипяток в процессе остывания:

$$Q_2 = (V_0 + \Delta V)\rho_0 c_0 \Delta t, \tag{4}$$

где $\Delta t = 100$ °C — изменение температуры воды. Поскольку $Q_1 = Q_2$, с учётом (2), (3) и (4) получим:

$$V_x\rho_л\lambda = \left[V_0 + V_x\left(\frac{\rho_0 - \rho_л}{\rho_0}\right)\right]\rho_0 c_0 \Delta t.$$

Отсюда найдём объём V_x:

$$V_x = \frac{V_0\rho_0 c_0\Delta t}{\rho_л\lambda - (\rho_0 - \rho_л)c_0\Delta t}.$$

Искомая масса:

$$m = (V_0 + \Delta V)\rho_0 = V_0\rho_0 \cdot \left(1 - \frac{(\rho_0 - \rho_л)}{\rho_л}\frac{c_0\Delta t}{\lambda}\right)^{-1} \approx 1160 \text{ г}.$$

Критерии оценивания

Найдено тепло, требуемое на плавление льда 2
Найдено тепло, отданное водой льду 2
Найден объём V_x 2
Найдено выражение для m 2
Получен числовой ответ 2

Задача 4. Электроплитка

Обозначим электрические сопротивления спиралей через R_1 и R_2, напряжение в сети — через U. Запишем условия теплового баланса для всех четырёх случаев:

$$\frac{U^2}{R_1} = A(t_1 - t_0), \tag{5}$$

$$\frac{U^2}{R_2} = A(t_2 - t_0), \tag{6}$$

$$\frac{U^2}{R_1 + R_2} = A(t_3 - t_0), \tag{7}$$

$$\frac{U^2(R_1 + R_2)}{R_1 R_2} = A(t_4 - t_0). \tag{8}$$

Здесь t_3 и t_4 — температуры плитки при последовательном и параллельном соединении спиралей, $R_3 = R_1 + R_2$, $R_4 = R_1R_2/(R_1 + R_2)$ — сопротивления спиралей при последовательном и параллельном соединении, A — некоторый коэффициент пропорциональности.

Разделив почленно (6) на (5), получим:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{t_2 - t_0}{t_1 - t_0} = \frac{200}{160} = \frac{5}{4}.$$

Теперь разделим (6) на (7), тогда:

$$\frac{R_1+R_2}{R_2}=\frac{t_2-t_0}{t_3-t_0},\qquad \text{или}\qquad 1+\frac{R_1}{R_2}=\frac{200}{t_3-20},\qquad \text{откуда}\qquad t_3\approx 109\ {}^\circ\mathrm{C}.$$

Таким образом, при последовательном соединении спиралей плитка нагреется всего до $t_3 \approx 109$ °C.

Аналогичным образом найдём температуру t_4 при параллельном соединении спиралей. Для этого разделим почленно (6) на (8):

$$\frac{R_1}{R_1+R_2}=\frac{t_2-t_0}{t_4-t_0},\qquad \text{откуда}\qquad t_4=380\ {}^\circ\mathrm{C}.$$

Критерии оценивания

Записаны четыре условия теплового баланса 4
Найдена температура t_3 3
Найдена температура t_4 3

Задача 5. Электрический мостик

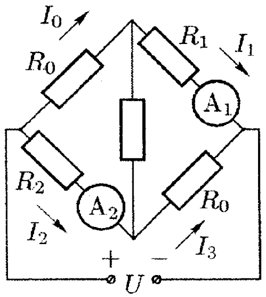

Рис. 19

Запишем закон Ома для участка цепи (рис. 19):

$$I_0R_0+I_1R_1=U=I_2R_2+I_3R_0. \tag{9}$$

Сила тока, протекающего через источник, равна

$$I_U=I_0+I_2=I_1+I_3. \tag{10}$$

Преобразуем уравнения (9) и (10):

$$(I_0-I_3)R_0=I_2R_2-I_1R_1, \tag{11}$$

$$I_0-I_3=I_1-I_2. \tag{12}$$

Подставим (12) в (11):

$$(I_1-I_2)R_0=I_2R_2-I_1R_1.$$

Из этого уравнения следует:

$$I_2=I_1\left(\frac{R_0+R_1}{R_0+R_2}\right).$$

Критерии оценивания

Записан закон Ома для участка цепи 3
Записано соотношение для I_U 3
Найдено выражение для I_2 4