10 класс

Задача 1. Шестиугольник в сером ящике

Измерив омметром сопротивления между соседними выходами (R_{12} между выводами 1–2, …, R_{61} между выводами 6–1), можно заметить, что сопротивление $R_{12} \ll R_{23},\ldots,R_{61}$, значит, можно пренебречь влиянием остальной схемы и считть, что $R_{12} = R_2 = 0$ (с точностью в несколько Ом).

Зная сопротивления $R_{12},\ldots,R_{61}$ можно рассчитать все искомые сопротивления $R_1,\ldots,R_6$, однако, для этого придётся численно решать систему из шести уравнений. Рациональнее упростить схему, соединив некоторые выводы между собой. Например, можно действовать таким образом:

1. Соединим выводы 1 и 4 и будем исследовать треугольник из резисторов R_1, R_5, R_6.
2. Соединим выводы 1 и 6 (рис. 5), и измерим сопротивление между выводами 5 и 6 $r_a = \left(R_6^{-1} + R_5^{-1}\right)^{-1}$.
3. Аналогично измерим сопротивление $r_b = \left(R_5^{-1} + R_1^{-1}\right)^{-1}$ (рис. 6) и сопротивление $r_c = \left(R_1^{-1} + R_6^{-1}\right)^{-1}$ (рис. 7).

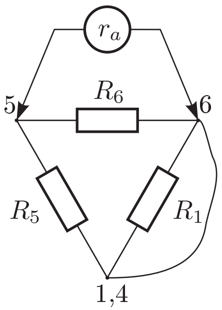

Рис. 5

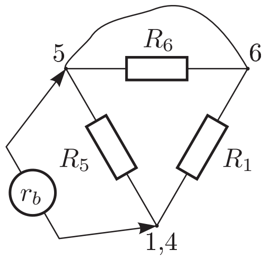

Рис. 6

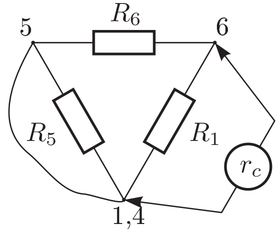

Рис. 7

4. Выразим неизвестные значения R_1, R_5 и R_6 через известные r_a, r_b и r_c:

$$\begin{cases} R_6^{-1} + R_5^{-1} = r_a^{-1} = a, \\ R_5^{-1} + R_1^{-1} = r_b^{-1} = b, \\ R_1^{-1} + R_6^{-1} = r_c^{-1} = c; \end{cases} \quad \text{откуда,} \quad \begin{cases} R_1 = \dfrac{2}{b+c-a}, \\ R_5 = \dfrac{2}{a+b-c}, \\ R_6 = \dfrac{2}{c+a-b}. \end{cases}$$

Осталось найти сопротивления R_3 и R_4, что можно легко сделать, соединив каждое из них параллельно с резистором известного ненулевого сопротивления. Полученные значения сопротивлений находятся в следующем отношении:

$$R_1 : R_2 : R_3 : R_4 : R_5 : R_6 = 1 : 0 : 1 : 2 : 1 : 2.$$

Примечание. Приведённое решение является лишь одним из многих возможных.

Критерии оценивания

Показано, что $R_2 = 0$ (с точностью в несколько Ом) 2,5
Предложен метод, принципиально позволяющий определить искомые величины (даже если метод предполагает решение системы из 6 уравнений и сама система не решена, но записана, метод всё же оценивается) 4
Приведены результаты измерений, требующихся для выбранного метода (измерений не меньше, чем искомых величин) 6
Найдены значения сопротивлений R_1, $R_3,\ldots,R_6$ (по 1,5 баллу за каждое верное значение) 7,5

Задача 2. Воздухоплавание

Привязываем к одному концу нити скрепку и от неё отмеряем вдоль нити 2 м. К другому концу нити привязываем скрепку. Мы получили эталон длины. Надуваем шарик до $P_{\max}$. Проводим точное измерение периметра. Проводим три броска, измеряя соответствующее время падения. Бросаем без начальной скорости. Результаты усредняем и заносим в таблицу.

Немного сдуваем шарик и повторяем эксперимент три раза. Вновь усредняем полученные значения и заносим их в таблицу. Проводим ещё восемь серий измерений при разных значениях P.

Строим два графика: $t(P)$ и $t(P^2)$.

Результаты наших измерений:

Таблица 2

№	P, см	P^2, см^2	t, с
1	97,5	9506	2,06
2	86	7396	1,82
3	75	5625	1,52
4	71	5054	1,39
5	52	2704	1,26
6	45	2025	1,03
7	30	900	0,92
8	24	576	0,72

Критерии оценивания

Заполнена таблица 2 (не менее 8 измерений) 5
от 6 до 7 измерений 3
меньше 6 измерений 1
Построен график $t(P)$ 2
Построен график $t(P^2)$ 2
Вывод 1

Примечание 1. При построении графика в логарифмическом масштабе $\alpha = 1{,}3$, то есть ближе к 1 чем к 2, но результат может зависеть от формы шарика. Мы рекомендуем провести самостоятельные измерения.

Примечание 2. Спрямлённые графики должны пересекать ось времени в окрестности точки $t_0 = \sqrt{2H/g} \approx 0{,}6$ с. При отклонении от этой точки больше, чем на 30%, оценка уменьшается вдвое.