10 класс

Задача 1. Льдинка с полостью

Объём, вытесняемый льдом с полостью равен

$$V = hS = V_п + V_л = V_п + \frac{m_л}{\rho_л},$$

где $V_л$ — объём льда, $m_л$ — его масса.

По закону Архимеда

$$(m_л + m_ш)g = \rho_в g V$$

или, учитывая, что $m_ш = m_л = m$,

$$2m = \rho_в hS.$$

Из этих уравнений следует

$$V_п = hS - \frac{m_л}{\rho_л} = hS - \frac{\rho_в hS/2}{\rho_л} = hS\left(1 - \frac{\rho_в}{2\rho_л}\right).$$

По закону Архимеда плавающий лёд вытесняет объём $(m_л + m_ш)/\rho_в$, а после таяния льда получившаяся вода и шарик вытесняют объём $(m_л/\rho_в + m_ш/\rho_ш)$. Так как $\rho_в < \rho_ш$ первый объём больше второго и уровень воды понизится. Разность этих объёмов равна $S\Delta h$:

$$\frac{m_ш}{\rho_в} - \frac{m_ш}{\rho_ш} = S\Delta h,$$

откуда с учётом соотношения $2m = \rho_в hS$ получаем, что уровень воды понизится на

$$\Delta h = \frac{m}{S}\left(\frac{1}{\rho_в} - \frac{1}{\rho_ш}\right) = \frac{\rho_в hS/2}{S}\left(\frac{1}{\rho_в} - \frac{1}{\rho_ш}\right) = \frac{h}{2}\left(1 - \frac{\rho_в}{\rho_ш}\right).$$

Критерии оценивания

Найден объём, вытесняемый льдом с полостью 2
Использован закон Архимеда (получено $2m = \rho_в hS$
или $(m_ш + m_в)g = \rho_в gV$) 2
С помощью предыдущих уравнений получено $V_п = hS(1 - \rho_в/(2\rho_л))$
или эквивалентное ему выражение 1
Указано, что уровень воды понизится 1
Найдена разность вытесняемых объёмов 2
Получен конечный ответ $\Delta h = h/2 \cdot (1 - \rho_в/\rho_ш)$ 2

Задача 2. Максимальная высота

Горизонтальная составляющая скорости камня

$$v_x = \sqrt{v_0^2 - (g\tau)^2}.$$

Перемещение по горизонтали $L = \tau v_x = \tau\sqrt{v_0^2 - (g\tau)^2}$.

Это уравнение можно преобразовать к биквадратному:

$$\tau^4 - \left(\frac{v_0}{g}\right)^2 \tau^2 + \left(\frac{L}{g}\right)^2 = 0,$$

корни которого: $\tau_1 = 2{,}0$ с, $\tau_2 = 1{,}5$ с.

Критерии оценивания

Получено выражение для $v_y = g\tau$ 1
Записана связь L и v_x 1
Указана связь $v_x^2 + v_y^2 = v_0^2$ 1
Выведено биквадратное уравнение 3

За каждый из корней уравнения по два балла:

$\tau_1 = 2{,}0$ с 2
$\tau_2 = 1{,}5$ с 2

Задача 3. На вираже (1)

Вся мощность двигателя идёт на преодоление сопротивления воздуха $F_с$, откуда $F_с = P/v$. Движет автомобиль действующая на колёса со стороны дороги сила трения $F_{тр}$. При равномерном движении $F_{тр} = F_с$, откуда для коэффициента трения получаем

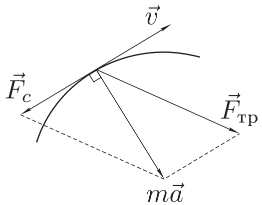

Рис. 10

$$\mu \geqslant \frac{F_{тр}}{mg} = \frac{F_с}{mg} = \frac{P}{mgv} \approx 0{,}07.$$

Во втором случае автомобиль под действием тех же сил трения о дорогу и сопротивления воздуха (рис. 10) движется с ускорением $a = v^2/R$ (см. рис.). Из второго закона Ньютона $m\vec{a} = \vec{F}_{тр} + \vec{F}_с$ получаем $F_{тр} = \sqrt{F_с^2 + (ma)^2} = \sqrt{(P/v)^2 + (mv^2/R)^2}$ и

$$\mu \geqslant \frac{F_{тр}}{mg} = \frac{\sqrt{(P/v)^2 + (mv^2/R)^2}}{mg} \approx 0{,}19.$$

Критерии оценивания

Записано выражение для силы сопротивления воздуха $F_с = P/v$ 2
Записано выражение для силы трения $F_{тр} = F_с$ 1

Получено выражение для минимального
коэффициента трения $\mu_{\min} = P/(mgv)$ 1
Получено правильное числовое значение $\mu_{\min} \approx 0{,}07$; $\mu > \mu_{\min}$ 1
Записано выражение для центростремительного ускорения $a = v^2/R$ 1
Записано выражение для силы трения $F_{тр} = \sqrt{(ma)^2 + F_с^2}$ 2
Получено выражение для минимального коэффициента трения
во втором случае $\mu_{\min} = \sqrt{(mv^2/R)^2 + (P/v)^2}$ 1
Во втором случае получено правильное
числовое значение $\mu_{\min} \approx 0{,}19$; $\mu > \mu_{\min}$ 1

Задача 4. Лампочки

По условию для лампы $U = kI^{5/3}$. В номинальном режиме $U_н = k(P_н/U_н)^{5/3}$ откуда

$$k = \frac{U_н^{8/3}}{P_н^{5/3}}, \qquad k_1 = \frac{U_0^{8/3}}{P_1^{5/3}}, \quad k_2 = \frac{U_0^{8/3}}{P_2^{5/3}}, \qquad U_0 = 220 \text{ В}.$$

Отношение напряжений на лампах при последовательном соединении

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{k_2 I^{5/3}}{k_1 I^{5/3}} = \frac{k_2}{k_1} = \frac{U_0^{8/3}/P_2^{5/3}}{U_0^{8/3}/P_1^{5/3}} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{5/3} = \left(\frac{40}{100}\right)^{5/3} = 0{,}4^{5/3} \approx 0{,}22.$$

Кроме того $U_1 + U_2 = U_0 = 220$ В. Из этих двух уравнений находим:

$$U_1 = \frac{U_0}{1 + (P_1/P_2)^{5/3}} = \frac{220}{1{,}22} \approx 181 \text{ В}.$$

Критерии оценивания

Записано выражение $U = kI^{5/3}$ или $I = k'U^{3/5}$ 1
Записан закон сохранения энергии $P = UI$ 1
Получено выражение $k = U_н^{8/3}/P_н^{5/3}$ или $k' = P_н/U_н^{8/5}$ 1
Найдено отношение напряжений $U_2/U_1 = (P_1/P_2)^{5/3}$ 3
Записан закон сложения напряжений $U_0 = U_1 + U_2$ 1
Получено выражение для падения напряжения U_1
Оно может быть записано в том числе в форме $U_1 = U_0/(1 + U_2/U_1)$
или $U_1 = U_0/(1 + (P_1/P_2)^{5/3})$ 2
Получен правильный числовой ответ $U_1 \approx 181$ В 1

Задача 5. Это что за газ?

Изменения внутренней энергии газа в двух процессах одинаковы, следовательно заданная в условии разность теплот равна работе газа в первом процессе. Эта работа равна площади под графиком процесса в координатах

PV (рис. 11), которую проще всего найти, как разность площадей двух треугольников:

$$A = \frac{1}{2}P_2V_2 - \frac{1}{2}P_1V_1 = \frac{1}{2}(\nu RT_2 - \nu RT_1) = \frac{1}{2}\frac{m}{\mu}R\Delta T.$$

Отсюда находим молярную массу газа:

$$\mu = m\frac{R\Delta T}{2A} = 100 \text{ г} \cdot \frac{8{,}31 \cdot 4}{2 \cdot 831} = 2 \text{ г}.$$

Искомый газ — водород.

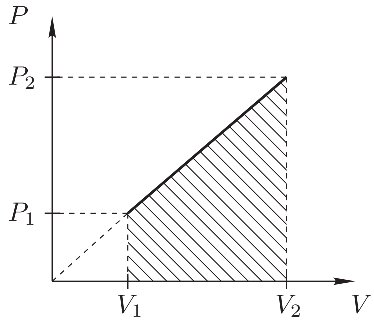

Рис. 11

Критерии оценивания

Записан первый закон термодинамики для изохорного процесса 1

Записан первый закон термодинамики для процесса
с прямой пропорциональностью давления и объёма 2

Выписана связь изменения температуры с начальными и конечными
значениями давления и объёма в процессе с $p \sim V$ 2

Разность подведённых теплот в двух процессах выражена
через изменение температуры газа 2

Определено количество газа или его молярная масса 2

Правильно указано, какой это газ 1