

10 класс

Первый день

- 10.1. Ученик за одну неделю получил 17 оценок (каждая из них — 2, 3, 4 или 5). Среднее арифметическое этих 17 оценок — целое число. Докажите, что какую-то оценку он получил не более двух раз.
- 10.2. Стозначное число n назовём *необычным*, если десятичная запись числа n^3 заканчивается на n , а десятичная запись числа n^2 не заканчивается на n . Докажите, что существует не менее двух стозначных необычных чисел.
- 10.3. В языке племени АУ две буквы — «а» и «у». Некоторые последовательности этих букв являются словами, причём в каждом слове не больше 13 букв. Известно, что если написать подряд любые два слова, то полученная последовательность букв не будет словом. Найдите максимальное возможное количество слов в таком языке.
- 10.4. На стороне AB треугольника ABC выбраны точки C_1 и C_2 . Аналогично, на стороне BC выбраны точки A_1 и A_2 , а на стороне AC — точки B_1 и B_2 . Оказалось, что отрезки A_1B_2 , B_1C_2 и C_1A_2 имеют равные длины, пересекаются в одной точке, и угол между любыми двумя из них равен 60° . Докажите, что $\frac{A_1A_2}{BC} = \frac{B_1B_2}{CA} = \frac{C_1C_2}{AB}$.

10 класс

Первый день

- 10.1. Ученик за одну неделю получил 17 оценок (каждая из них — 2, 3, 4 или 5). Среднее арифметическое этих 17 оценок — целое число. Докажите, что какую-то оценку он получил не более двух раз.
- 10.2. Стозначное число n назовём *необычным*, если десятичная запись числа n^3 заканчивается на n , а десятичная запись числа n^2 не заканчивается на n . Докажите, что существует не менее двух стозначных необычных чисел.
- 10.3. В языке племени АУ две буквы — «а» и «у». Некоторые последовательности этих букв являются словами, причём в каждом слове не больше 13 букв. Известно, что если написать подряд любые два слова, то полученная последовательность букв не будет словом. Найдите максимальное возможное количество слов в таком языке.
- 10.4. На стороне AB треугольника ABC выбраны точки C_1 и C_2 . Аналогично, на стороне BC выбраны точки A_1 и A_2 , а на стороне AC — точки B_1 и B_2 . Оказалось, что отрезки A_1B_2 , B_1C_2 и C_1A_2 имеют равные длины, пересекаются в одной точке, и угол между любыми двумя из них равен 60° . Докажите, что $\frac{A_1A_2}{BC} = \frac{B_1B_2}{CA} = \frac{C_1C_2}{AB}$.