9 класс

1. Условие. Какое из трех тел быстрее пролетает свой собственный диаметр – Луна (при вращении вокруг Земли), Земля (при вращении вокруг Солнца) или Солнце (при вращении вокруг центра Галактики)?

1. Решение. Время пролета собственного диаметра D для тела составляет

$$T = \frac{D}{v} = \frac{2R}{v},$$

где v – скорость тела, R – его радиус. Проведем вычисления для Луны, Земли и Солнца и запишем результаты в таблицу:

Объект	Радиус	Диаметр	Скорость	Время пролета
Луна	1738 км	3476 км	1.023 км/с	3398 с
Земля	6378 км	12756 км	29.8 км/с	428 с
Солнце	695000 км	1390000 км	230 км/с	6000 с

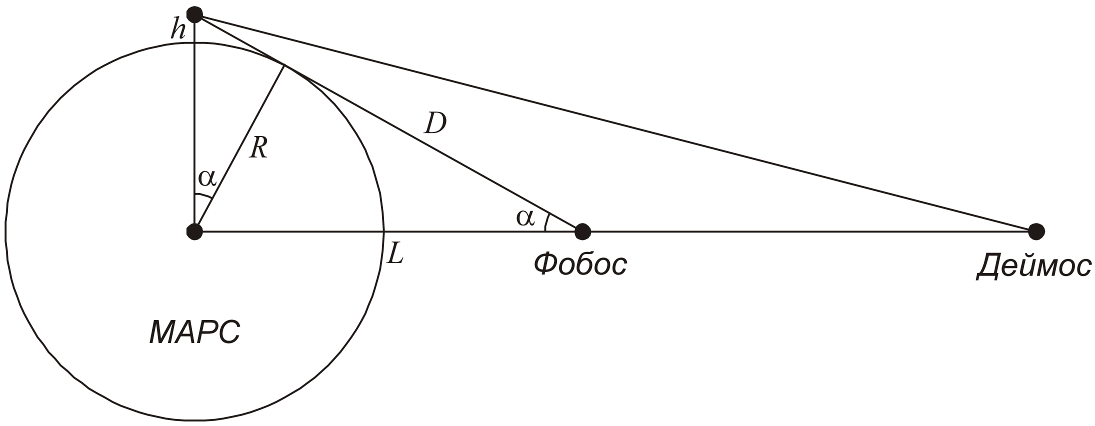
Быстрее всех свой диаметр пролетает Земля.

1. Рекомендации для жюри. Решение задачи состоит из нескольких элементарных этапов. Первый этап состоит в записи выражения для времени пролета, это оценивается в 1 балл. Вычисление времени пролета для каждого из трех тел оценивается по 2 балла. Наконец, еще 1 балл выставляется за формулировку окончательного вывода.

2. Условие. На Марсе решено построить вышку, с которой всегда были бы видны его спутники Фобос и Деймос. Какова минимальная высота такого строения? Куда его лучше всего поставить? Атмосферной рефракцией и ослаблением света, угловыми размерами и наклоном орбит спутников к плоскости экватора Марса пренебречь.

2. Решение. Коль скоро мы пренебрегаем наклоном орбит спутников к экватору Марса (в действительности он очень мал, порядка 1°), спутники обращаются вокруг Марса в плоскости его экватора. Периоды вращения спутников не совпадают с осевым периодом вращения Марса, и в разное время они будут располагаться над разными меридианами

Марса. Так как стоит задача постоянного наблюдения спутников с вышки, ее имеет смысл строить там, где нижняя кульминация спутников происходит наименее глубоко под горизонтом. Этому условию в пределе удовлетворяют полюса Марса, где спутники будут располагаться на постоянной глубине под горизонтом. Находись они бесконечно далеко от планеты, они появились бы на горизонте при наблюдении с поверхности. Но в реальности спутники (особенно Фобос) близки к Марсу и оказываются ниже вследствие эффекта суточного параллакса.



Обозначим радиус Марса через *R*, радиус орбиты Фобоса через *L*, минимальную высоту вышки через *h*. Из рисунка мы можем записать соотношение

$$\cos\alpha = \frac{D}{L} = \frac{\sqrt{L^2 - R^2}}{L} = \frac{R}{R+h}.$$

Отсюда мы получаем выражение для минимальной высоты вышки:

$$h = \frac{LR}{\sqrt{L^2 - R^2}} - R = R\left(\frac{1}{\sqrt{1-(R/L)^2}} - 1\right).$$

Подставляя численные данные для Марса и Фобоса, получаем значение высоты: 247 км. С вершины такой башни всегда будет виден Фобос и, очевидно, Деймос, так как он расположен дальше, и его суточный параллакс меньше (см. рисунок).

2. Рекомендации для жюри. Первым этапом решения задачи является вывод о том, что вышку имеет смысл строить на одном из полюсов Марса, так как именно там возможная глубина погружения спутников Марса под горизонт минимальна. Данный вывод оценивается в 3 балла. Расчет минимальной высоты башни для наблюдения Фобоса оценивается в 4 балла. Далее достаточно сделать вывод о том, что Деймос также будет виден с этой башни (можно, но не обязательно, рассчитать минимальную высоту для наблюдений Деймоса, равную 36 км). Этот этап решения оценивается в 1 балл.

3. Условие. Синодический период некоторой планеты Солнечной системы относится к одному земному году так же, как один земной год – к сидерическому периоду этой планеты. Что это за планета?

3. Решение. В условии задачи не сказано, является планета внутренней или внешней. Поэтому запишем выражение для синодического периода планеты S в общем виде:

$$S = \frac{T\,T_0}{|T - T_0|}.$$

Здесь T и T_0 – орбитальные периоды планеты и Земли. По условию задачи

$$\frac{S}{T_0} = \frac{T}{|T - T_0|} = \frac{T_0}{T}.$$

Отсюда мы получаем уравнения:

$$T^2 - TT_0 + T_0^2 = 0;\ \ T>T_0;$$
$$T^2 + TT_0 - T_0^2 = 0;\ \ T<T_0.$$

Первое из этих уравнений не имеет положительных корней, из чего можно сразу сделать вывод, что эта планета не может быть внешней. Для второго уравнения имеем

$$T = T_0\,\frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 225\ \text{сут}.$$

Эта планета – Венера.

3. Рекомендации для жюри. Основой решения задачи является запись формулы для синодического периода планеты (2 балла) и математического выражения условия задачи (2 балла). Участники олимпиады могут это делать с применением модуля либо рассматривать случаи внутренней и внешней планеты отдельно, оба подхода считаются правильными. Рассмотрение случая внешней планеты и вывод, что для нее задача не имеет решений, оценивается в 1 балл. Это можно сделать как математически, так и логически (указав, что для внешней планеты и синодический и сидерический период больше земного года, что противоречит условию задачи). Расчет периода обращения для внутренней планеты оценивается еще в 2 балла. Наконец, указание имени планеты оценивается еще в 1 балл.

Участники могут решать задачу формально, используя справочные данные о синодическом и сидерическом периоде планет, что также считается верным при условии проверки данных о всех планетах.

4. Условие. Сколько часов пройдет по маятниковым часам, доставленным с Земли, за одни солнечные сутки на Луне? На Марсе?

4. Решение. Период колебаний маятника равен

$$t = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\, R\sqrt{\frac{l}{GM}}.$$

Здесь l – длина маятника, g – ускорение свободного падения на поверхности тела, R и M – его радиус и масса. Обозначим период этого маятника на Земле как t_0. За время T_0 (одни солнечные сутки) на Земле маятник сделает $N_0=T_0/t_0$ колебаний. Число колебаний маятника на другом небесном теле за время T (местные солнечные сутки) будет равно

$$N = \frac{T}{t} = N_0\,\frac{T}{T_0}\cdot\frac{R_0}{R}\sqrt{\frac{M}{M_0}}.$$

Здесь R_0 и M_0 – радиус и масса Земли. Число часов, которое отсчитает маятник, составит

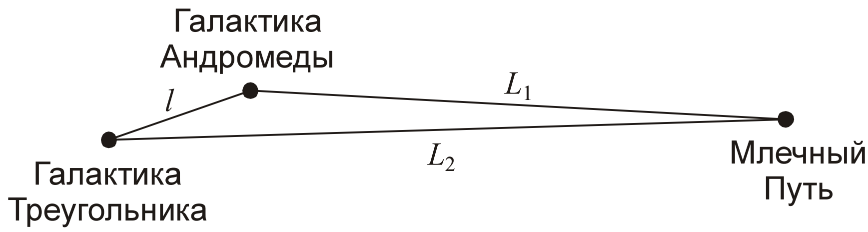
$$H = 24\,\frac{T}{T_0}\cdot\frac{R_0}{R}\sqrt{\frac{M}{M_0}}.$$

Заметим, что T – это солнечные сутки, длящиеся 29.53 земных суток на Луне и 24.66 земных часов на Марсе. За это время маятник отсчитает 288.4 часа (около 12 суток) на Луне и 15.18 часов на Марсе.

4. Рекомендации для жюри. Стартовым этапом решения задачи является запись выражения для периода колебаний маятника (2 балла) и числа колебаний (либо числа часов) за заданный промежуток времени на поверхности другого небесного тела (2 балла). Вычисление числа часов, которые маятник отсчитает за солнечные сутки на Луне и Марсе, оценивается еще по 2 балла. Если в качестве солнечных суток подставляется осевой период вращения тела, то в каждом случае (Луна и Марс) вместо 2 баллов выставляется 1 балл.

5. Условие. Расстояние до галактики Андромеды (М31) – 770 кпк, до галактики Треугольника (М33) – 900 кпк. Предположим, в этих двух галактиках и Галактике Млечный Путь одновременно вспыхнули одинаковые Сверхновые звезды. В какой из трех галактик раньше удастся зарегистрировать все три вспышки? Межзвездное поглощение не учитывать.

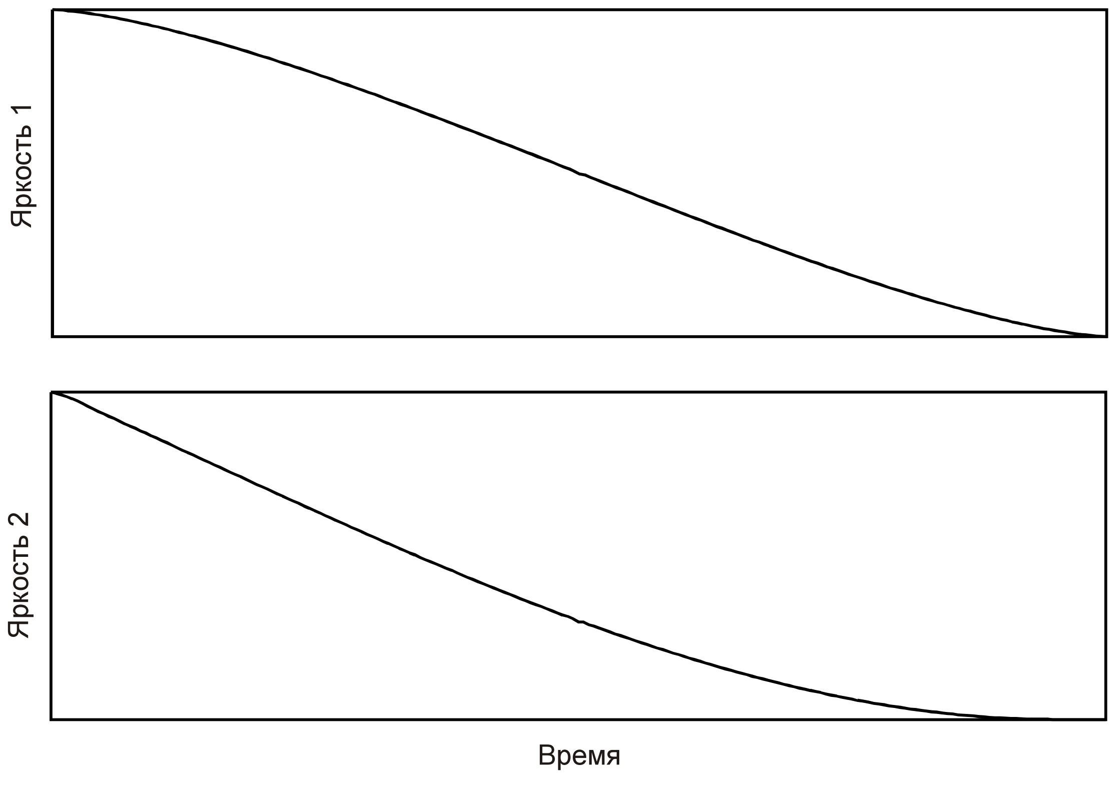
5. Решение. Галактики Андромеды и Треугольника вместе с нашей Галактикой Млечный Путь – главные представители Местной группы галактик. На нашем небе галактики Андромеды и Треугольника располагаются достаточно близко друг к другу, что можно понять уже по их созвездиям, граничащим друг с другом. Учитывая, что расстояния до них также схожи, можно сделать вывод, что эти галактики располагаются по соседству и в пространстве. Изобразим схему взаимного расположения трех галактик:



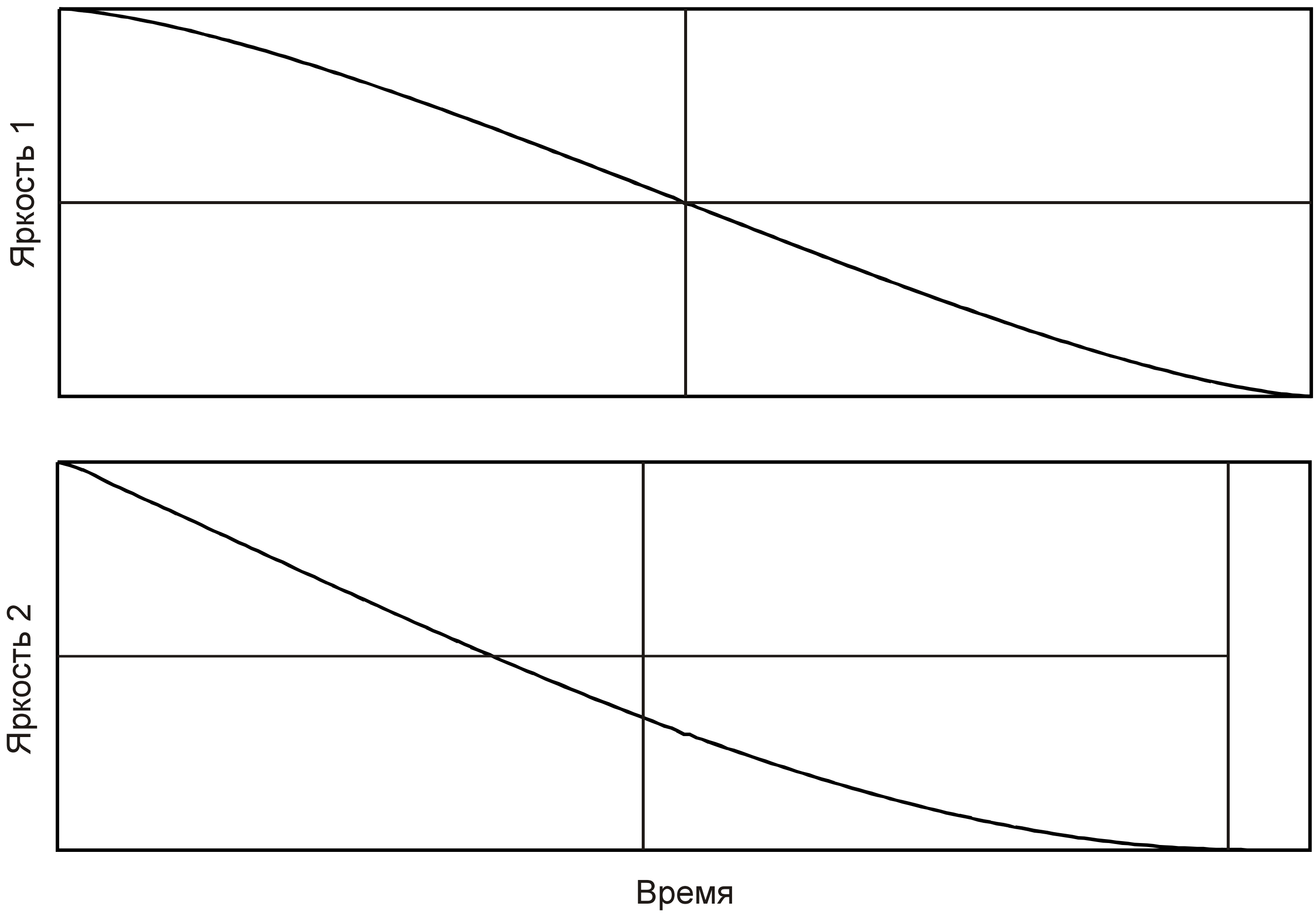
Обозначим расстояния от Млечного пути до галактик Андромеды и Треугольника как L_1 и L_2, а расстояние между этими галактиками – как l. Заметим, что последняя величина существенно меньше первых двух. В получившемся треугольнике самой большой стороной будет отрезок от Млечного Пути до галактики Треугольника L_2. Сверхновую, вспыхнувшую в Галактике Треугольника, мы сможем зарегистрировать только через время L_2/c, где c – скорость света. То же относится к нашей Сверхновой, свет от которой будет долго идти до галактики Треугольника. А вот галактика Андромеды находится на меньшем расстоянии от обеих других галактик, и через время L_1/c там могут быть зафиксированы все три Сверхновые.

5. Рекомендации для жюри. Решение этой качественной задачи разбивается на два этапа. На первом этапе участники олимпиады должны представить конфигурацию трех галактик в пространстве и сделать вывод о том, что галактики Андромеды и Треугольника располагаются рядом друг с другом. Данный вывод оценивается в 4 балла. Далее в полученном треугольнике исследуется соотношение длин сторон и делается вывод о том, в какой галактике удастся раньше всего увидеть все три Сверхновые. Этот вывод также оценивается в 4 балла.

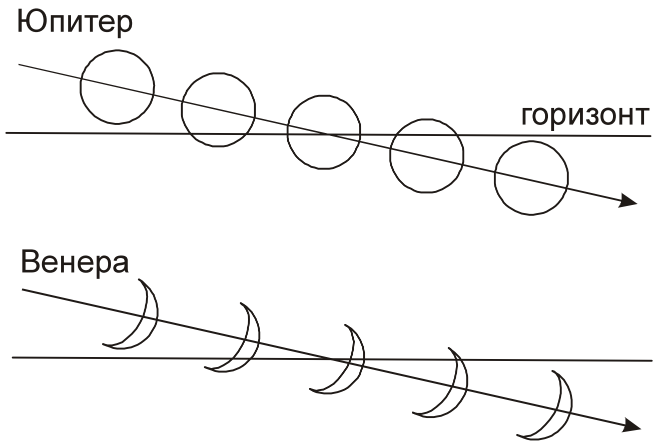
6. Условие. На графиках приведены зависимости видимой яркости Венеры и Юпитера при их заходе за горизонт. Шкалы яркости обоих графиков отличаются. Определите, какой график соответствует Венере, а какой – Юпитеру. Объясните свой вывод. Атмосферное ослабление света и рельеф горизонта не учитывать.



6. Решение. По графикам мы видим, что яркость двух планет при их заходе за горизонт убывала по-разному. У первой планеты яркость убывала симметрично относительно середины интервала: в середине видимая яркость была равна половине полной яркости до захода. Это характерно для объектов, имеющих симметричную форму – полный диск.



У второй планеты профиль убывания яркости несимметричный: к середине захода яркость уменьшилась более чем в 2 раза. Такое может быть, если форма светящегося объекта несимметрична, в частности, если объект имеет форму серпа.



Следовательно, профиль 1 в условии относится к Юпитеру, профиль 2 – к Венере, которая является внутренней планетой и может выглядеть как серп.

6. Рекомендации для жюри. При решении задачи участники олимпиады должны отметить факт разности профилей яркости двух объектов и несимметричность по времени второго профиля. Данный вывод оценивается в 2 балла. Указание, что причиной этого может быть серповидная фаза второй планеты, оценивается в 4 балла. Окончательный вывод в задаче оценивается в 2 балла.

Если правильный ответ (Юпитер на первом графике и Венера – на втором) сделан без оснований, оценка не может превышать 3 баллов.