

6 класс.

1. В примере на сложение: $\square + \triangle + \square = \square\square$ впишите одну и ту же цифру в каждый квадратик и другую цифру в треугольник так, чтобы пример получился верным.

Ответ. $1+9+1=11$.

Комментарий (как можно было найти ответ): Справа стоит двузначное число из двух одинаковых цифр. Т.к. самая большая сумма трех цифр это $9+9+9=27$, то число справа меньше 30, т.е. это 11 или 22. Если это 11, то получаем: $\square + \triangle + \square = \square\square$, откуда $\triangle = 9$. Если это 22, то $\square + \triangle + \square = \square\square$, но тогда $\triangle = 18$, что не подходит, т.к. это должна быть цифра. Т.е. ответ единственный.

Критерии проверки.

- Правильный пример (обоснований не требуется) – **7 баллов**.
- Пример, в котором в треугольник вписывается двузначное число, а в квадратик вписаны одинаковые цифры, например, $\square + \triangle + \square = \square\square$ – **1 балл**.

2. На первой остановке в пустой автобус вошло 18 пассажиров. Потом на каждой остановке выходило 4 человека, а входило 6 человек. Сколько пассажиров ехало в автобусе между четвертой и пятой остановками?

Ответ. 24 человек.

Решение.

Способ 1.

После каждой остановки, не считая первую, количество пассажиров в автобусе увеличивается на 2 человека. Значит, со второй по четвертую остановку количество человек увеличилось на 6 человек. Т.е. стало $18+6=24$ человек.

Способ 2.

Со второй по четвертую остановку вышло $3 \cdot 4=12$ человек, а вошло $3 \cdot 6=18$ человек. Т.е. в автобусе стало $18-12+18=24$ человека.

Критерии проверки.

- Верное решение – **7 баллов**.
 - Неверный ответ, но верная часть решения. Например, найдено, что после каждой остановки число пассажиров увеличивается на 2 – **2-3 балла**.
 - Только верный ответ – **1 балл**.
3. Три лисы: Алиса, Лариса и Инесса разговаривали на полянке. Лариса: «Алиса не самая хитрая». Алиса: «Я хитрее Ларисы». Инесса: «Алиса хитрее меня». Известно, что самая хитрая лиса солгала, остальные сказали правду.
- а) Может ли самой хитрой лисой быть Алиса? Почему?
б) Какая лиса самая хитрая? Дайте ответ и объясните, почему другие варианты не подходят.

Ответ. а) Не может, б) Инесса.

Решение.

а) Алиса не может быть самой хитрой, т.к. если она сама хитрая, то она хитрее Ларисы, т.е. Алиса сказала правду. Но самая хитрая лиса должна была солгать.

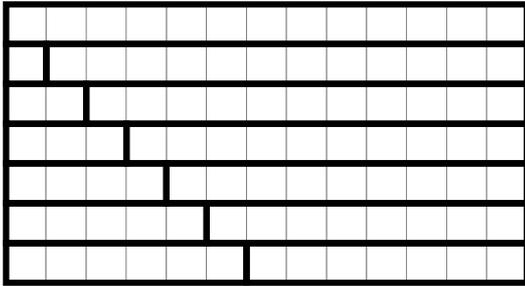
б) Самая хитрая лиса Инесса. Докажем это. Мы уже получили в пункте а), что Алиса не может быть самой хитрой лисой. Лариса тоже не может быть самой хитрой, т.к. она сказала правду про Алису, а самая хитрая лиса должна была солгать. Поэтому остался только один вариант: самая хитрая – Инесса.

Критерии проверки.

- Верное решение пункта а) – **3 балла**, пункта б) – **4 балла**.
- Только верные ответы на каждый из пунктов – **0 баллов**.

4. Как из 13 прямоугольников размерами $1 \times 1, 2 \times 1, 3 \times 1, \dots, 13 \times 1$ составить прямоугольник, у которого все стороны больше 1?

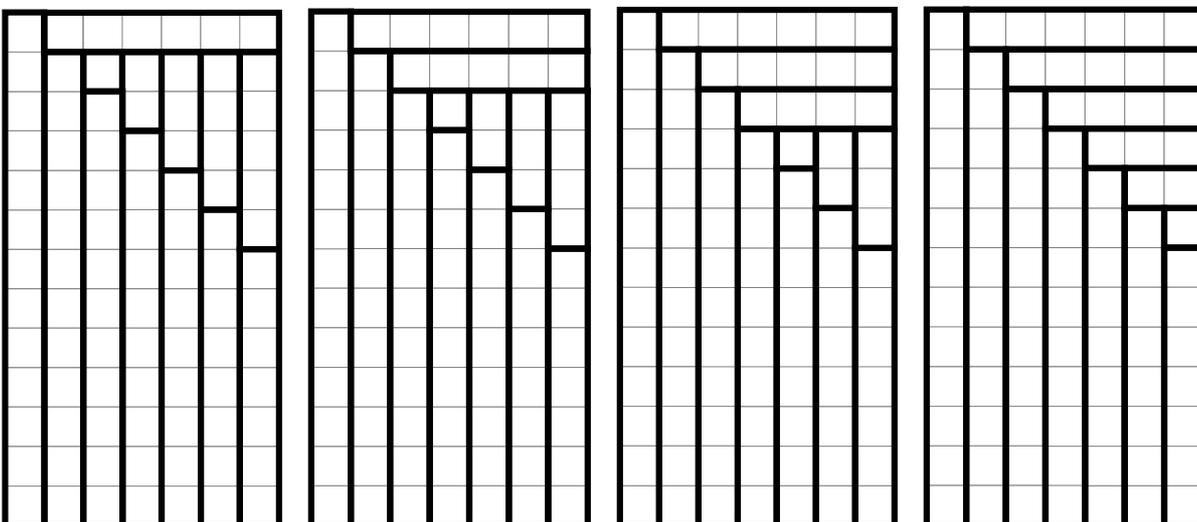
Ответ. Один из возможных примеров приведен на рисунке:



Комментарий 1 (как можно догадаться до примера). Если группировать прямоугольники: первый с последним, второй с предпоследним и т.д., то получаются одинаковые полоски длины 14: $1+13=14, 2+12=14, 3+11=14, \dots$. Из нескольких одинаковых полосок легко сложить прямоугольник, прикладывая их друг к другу длинной стороной. Однако, если мы попробуем продолжить описанный выше процесс, возникнет проблема: центральная полоска 7×1 останется без пары. Проблему можно решить так: самую длинную полоску длины 13 оставить одну, а оставшиеся сгруппировать по тому же принципу (самую короткую с самой длинной и т.д.): $13, 1+12, 2+11, 3+10, 4+9, 5+8, 6+7$. Приложив получившиеся полоски длины 13 друг к другу, получаем пример, приведенный выше.

При решении использована та же идея, с помощью которой маленький Гаусс нашел сумму чисел от 1 до 100.

Комментарий 2. Площадь итогового прямоугольника равна $1+2+3+4+\dots+13=91$. Т.к. в разложении 91 на простые множители всего два множителя: $91=7 \cdot 13$, то стороны итогового прямоугольника однозначно определяются – они должны быть 7 и 13. Прямоугольника других размеров (так, чтобы его стороны были больше 1) сложить из данных прямоугольничков нельзя. При этом внутри итогового прямоугольника исходные прямоугольнички могут размещаться по-разному. Некоторые варианты расположения приведены ниже:



Критерии проверки.

- Верный рисунок (никаких обоснований и рассуждений не требуется) – **7 баллов**.
- Полное описание того, как составить искомый прямоугольник (например, такое: из прямоугольников 1×1 и 12×1 составим прямоугольник 13×1 . Такие же прямоугольники составим из 2×1 и 11×1 , 3×1 и 10×1 , ... , 6×1 и 7×1 . Затем из семи прямоугольников 13×1 сложим прямоугольник 13×7) – **7 баллов**.
- Идея разбиения полосок на «первая-последняя, вторая-предпоследняя», не доведенная до конца – **1-2 балла**.

5. Гравировщик делает таблички с буквами. Одинаковые буквы он гравировает за одинаковое время, разные — возможно, за разное. На две таблички «ДОМ МОДЫ» и «ВХОД» вместе он потратил 50 минут, а одну табличку «В ДЫМОХОД» сделал за 35 минут. За какое время он сделает табличку «ВЫХОД»?

Ответ. 20 минут.

Решение.

В табличках ДОМ МОДЫ ВХОД и В ДЫМОХОД отделим буквы, образующие слово ВЫХОД, тогда от первой таблички останется Д, О, М, М, О, Д, а от второй – Д, М, О. Заметим, что ДОМ МОДЫ ВХОД отличается от В ДЫМОХОД на буквы Д, О, М, а по времени – на 15 минут ($50 - 35 = 15$). Значит, на изготовление букв Д, О, М уходит 15 мин.

Теперь мы знаем, что при изготовлении В ДЫМОХОД, 15 минут ушло на изготовление букв Д, М, О, т.е. оставшиеся $35 - 15 = 20$ минут понадобилось на изготовление букв В, Ы, Х, О, Д.

Критерии проверки.

- Верное решение – **7 баллов**.
- Найдено время, необходимое для гравировки букв Д, О, М – **2 балла**.
- Арифметическая ошибка при выполнении действий – минус **1 балл**.