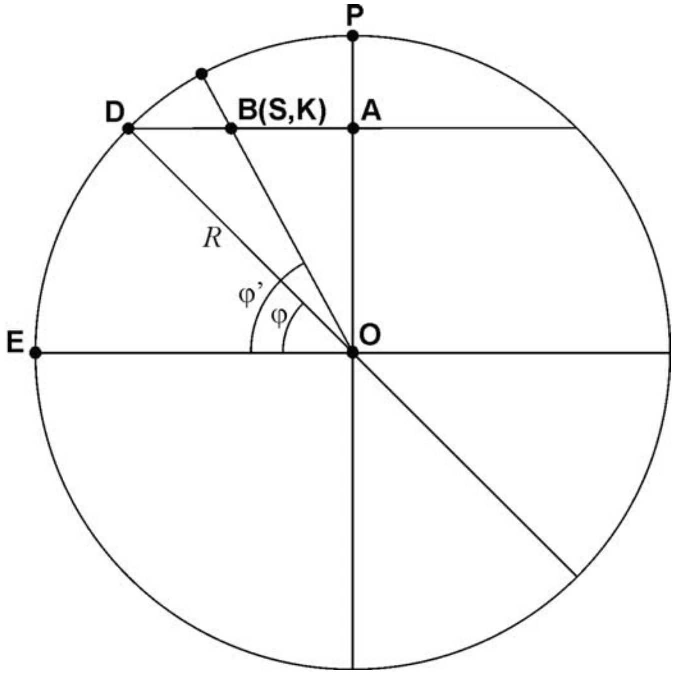
XI.1 ТРАНССИБИРСКИЙ ПЕРЕЛЕТ

Е.Н. Фадеев

? Самолет вылетел из Симферополя в $03^ч45^м$ местного (среднего солнечного) времени в день летнего солнцестояния и направился с постоянной скоростью кратчайшим путем в Курильск, куда прибыл в $20^ч15^м$ местного времени того же дня. На какой высоте над горизонтом пассажиры могли видеть Солнце в середине полета, если он происходил на высоте 10 км? Широта и долгота Симферополя равны 45° с.ш., 34° в.д.; Курильска – 45° с.ш., 148° в.д. Атмосферной рефракцией и уравнением времени пренебречь. Считать Землю шаром.

! Симферополь и Курильск находятся на одной параллели. Однако кратчайшим расстоянием на сфере будет дуга большого круга, а не дуга параллели. Поскольку события разворачиваются в северном полушарии, после вылета самолет начнет отклоняться к северу от той параллели, с которой он стартовал и максимально приблизится к северному полюсу в середине полета. Поскольку разность долгот Курильска и Симферополя $\Delta\lambda = 114°$, то в середине полета самолет будет иметь долготу 91° в.д.

Изобразим проекцию земного шара на плоскость меридиана 91° в.д. Обратим внимание, что вследствие равенства широт Симферополя и Курильска траектория самолета будет симметричной относительно данного меридиана и перпенди-



кулярной ему. В настоящей проекции траектория будет выглядеть как короткий отрезок прямой, проходящей через центр окружности **O**. Проекция Симферополя и Курильска на плоскость рисунка попадут в одну и ту же точку **B**. Она будет отстоять от горизонтальной линии на то же расстояние, что и точка **D**, имеющая ту же широту φ (45º с.ш.) и долготу 91° в.д.

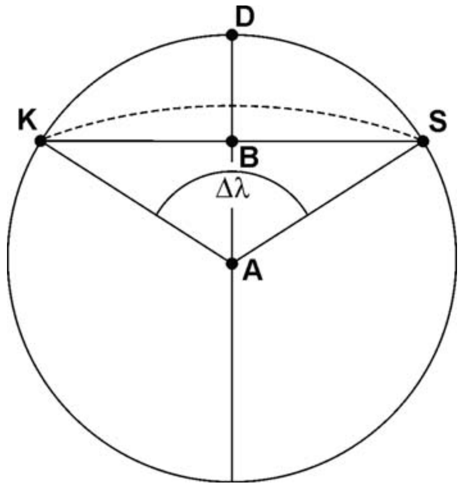
Обозначим радиус земного шара как R. Тогда длина отрезка **AO** равна $R\sin\varphi$, а длина отрезка **DA** – $R\cos\varphi$. Изобразим теперь плоскость параллели 45° (рисунок внизу). Еще раз укажем, что полет самолета происходит не в этой плоскости, его проекция показана пунктирной линией. Мы видим, что длина отрезка **AB** равна $R\cos\varphi\cos(\Delta\lambda/2)$. Возвращаясь к треугольнику **ABO** на первом рисунке, мы можем записать:

$$\mathrm{tg}\varphi' = \frac{\mathbf{AO}}{\mathbf{AB}} = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi\cos(\Delta\lambda/2)} = \frac{\mathrm{tg}\varphi}{\cos(\Delta\lambda/2)}.$$

Отсюда мы получаем значение широты $\varphi' = +61.5°$. Самолет в середине полета находился на 16.5° севернее точек взлета и посадки.

Мы можем обратить внимание, что взлет самолета произошел за $8^ч15^м$ до местного полудня в Симферополе, а сел он через $8^м15^м$ после местного полудня в Курильске. Можно сразу догадаться, что самолет пересек полуденную линию в середине своего полета. Действительно, можно определить Всемирное время взлета и посадки самолета:

$$UT_1 = T_1 - \lambda_1 = 01^ч29^м;$$
$$UT_2 = T_2 - \lambda_2 = 10^ч23^м.$$



Здесь T_1 и T_2 – моменты вылета и посадки по местному времени. Середина полета приходится на $05^ч56^м$ по Всемирному времени. На долготе 91° в.д. ($06^ч04^м$) местное время составит ровно 12 часов. Полуденная высота Солнца в день летнего солнцестояния там будет равна

$$h = 90° - \varphi + \varepsilon = 52°.$$

Можно также учесть, что самолет летит на высоте H = 10 км, что приводит к понижению видимого горизонта на угол

$$\Delta h = \arccos\frac{R}{R+H} = 3°.$$

Тогда высота Солнца над видимым горизонтом увеличится до 55°.

XI.2 ЭРА АЛЬДЕБАРАНА

О.С. Угольников

? В феврале 2015 года на Земле началась серия ежемесячных покрытий звезды Альдебаран (α Тельца) Луной. Каждое покрытие видно из разных областей Земли. Эклиптическая широта Альдебарана составляет –5.47°. Определите, до какого времени будет продолжаться эта серия. Орбиту Луны считать круговой.

! Модуль эклиптической широты Альдебарана немного превосходит величину наклона орбиты Луны к плоскости эклиптики i_0 (5.15°). Тем не менее, за счет угловых размеров Луны и ее суточного параллакса покрытия происходят в течение значительного периода времени, когда южная часть орбиты Луны (относительно эклиптики) располагается в том же направлении от Земли, что и Альдебаран. Рассчитаем минимальную (по модулю) геоцентрическую эклиптическую широту Луны, при которой может произойти покрытие.

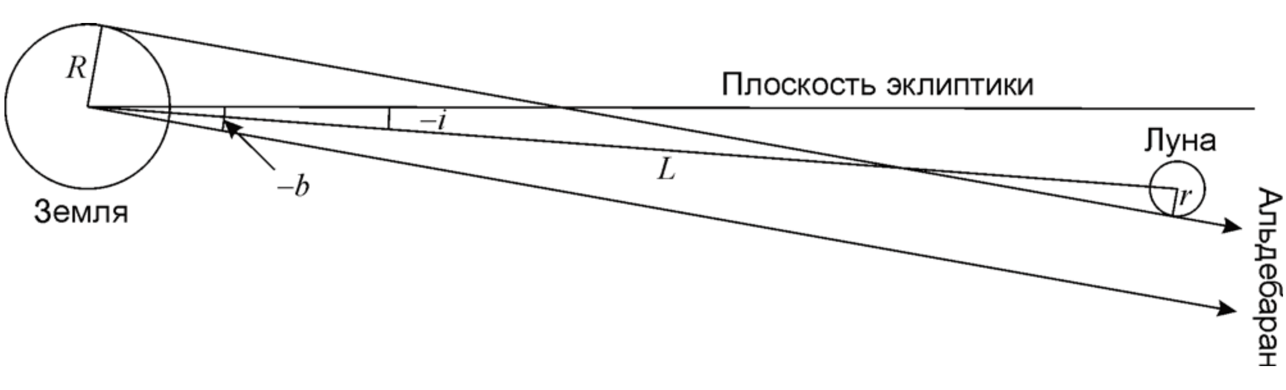
На рисунке изображен предельный случай, при котором покрытие видно в одной точке Земли. Обратим внимание, что эта точка располагается в северных широтах Земли. Обозначив эклиптическую широту Альдебарана через b, радиусы Земли и Луны – через R и r, расстояние между ними – через L, запишем выражение для минимальной эклиптической широты Луны, при которой возможно покрытие:

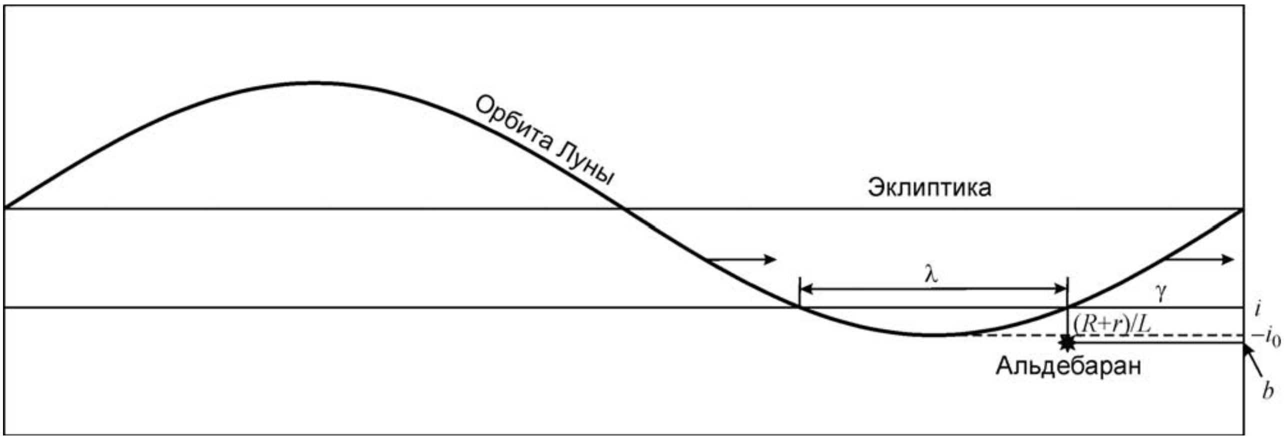
$$i = b + \arcsin\frac{R+r}{L} = -4.26^{\circ}.$$

Эта величина по модулю меньше наклона орбиты Луны i_0, поэтому покрытия Альдебарана наблюдаются на Земле. Рассмотрим орбиту Луны, как она расположена относительно эклиптики (рисунок справа). Углы i_0, i и b невелики, поэтому проекцию орбиты Луны на плоскость рисунка мы можем считать синусоидой. Покрытия Альдебарана возможны вблизи дуги орбиты длиной λ, равной

$$\lambda = 2\cdot(90^{\circ} - \gamma) = 2\cdot(90^{\circ} - \arcsin\left|\frac{i}{i_0}\right|) = 2\arccos\left|\frac{i}{i_0}\right| = 68^{\circ}.$$

Орбита Луны прецессирует (стрелка на рисунке), завершая полный круг за время T, равное 18.6 годам. Определим, за какое время она преодолеет угловой путь λ:





$$t = T\frac{\lambda}{360^{\circ}} = 3.5 \text{ года.}$$

Получается, что серия покрытий должна продолжаться до августа 2018 года. Этот ответ близок к истине: на самом деле, последнее покрытие Альдебарана в данной серии состоится 3 сентября 2018 года.

XI.5 СВЕРХНОВАЯ ЗВЕЗДА

О.С. Угольников

? В далекой галактике с красным смещением 0.1 вспыхнула сверхновая звезда. Телескоп с каким диаметром объектива понадобится для ее визуальных наблюдений? Межзвездным поглощением света, атмосферными помехами и аберрациями оптики пренебречь.

! Лучевая скорость галактики v равна произведению скорости света и красного смещения $c \cdot z$. С другой стороны, она равна произведению постоянной Хаббла и расстояния до галактики $H \cdot r$. Отсюда определим расстояние:

$$r = \frac{c \cdot z}{H} = 4.4 \cdot 10^8 \text{ пк.}$$

Здесь c – скорость света, z – красное смещение галактики, H – постоянная Хаббла. Ввиду того, что красное смещение галактики невелико, мы можем не учитывать космологические эффекты, уменьшающие видимую яркость светил. Яркость Сверхновой звезды зависит от ее типа, будем считать ее абсолютную звездную величину M равной -18^m. Определим ее видимую звездную величину:

$$m = M - 5 + 5 \lg r = +20.$$

Для визуальных наблюдений такой звезды при идеальных условиях необходим телескоп с диаметром объектива

$$D = d \cdot 10^{0.2(m-m_0)} \approx 4 \text{ м.}$$

Здесь d – диаметр зрачка человеческого глаза (6 мм), m_0 – предельная звездная величина для невооруженного глаза (6^m).

XI.6 КОСМИЧЕСКИЙ РАДИОИНТЕРФЕРОМЕТР

Е.Н. Фадеев

? Наземный радиотелескоп, расположенный на экваторе, и орбитальный радиотелескоп, размещенный на спутнике Земли, проводят совместный радиоинтерферометрический сеанс наблюдения за далеким источником, также находящимся в экваториальной плоскости. В начале наблюдений для наземного телескопа источник находился в зените, а спутник – в 30° к западу от зенита. Орбита спутника лежит в плоскости экватора, ее радиус 16000 км, направление движения совпадает с направлением осевого вращения Земли. Определите:

1. максимальную продолжительность сеанса, начиная с текущего момента;

2. величину минимальной проекции базы интерферометра (линии, соединяющей телескопы) на плоскость, перпендикулярную направлению на источник.

Учесть, что видимость спутника из точки расположения наземного телескопа не является обязательной для проведения сеанса.

! Продолжительность сеанса ограничена временем видимости объекта. Для наземного наблюдателя источник зайдет за горизонт спустя примерно четверть суток или 6 часов после описанного в условии момента. Через некоторое время Земля закроет исследуемый источник и от спутника. Определим длину дуги, которую пройдет космический телескоп, прежде чем попадет в "тень" Земли. Рассмотрим треугольник "центр Земли – антенна – спутник". Найдем в нем величину угла при спутнике, воспользовавшись теоремой синусов:

$$\sin\alpha = \sin(\pi - z)\frac{R}{r}.$$

Здесь z – зенитное расстояние спутника в момент начала сеанса, R и r – экваториальный радиус Земли и радиус орбиты спутника соответственно. Угол α составляет 11.5°. Спутник находится к западу от направления на источник и вращается в ту же сторону, что и Земля вокруг своей оси – на восток. Ему осталось дойти до направления "центр Земли – источник" дугу, равную

$$\beta = 180° - (180° - z) - \alpha = z - \alpha = 18.5° .$$

Половина тени Земли (области невидимости источника с орбиты спутника) занимает дугу

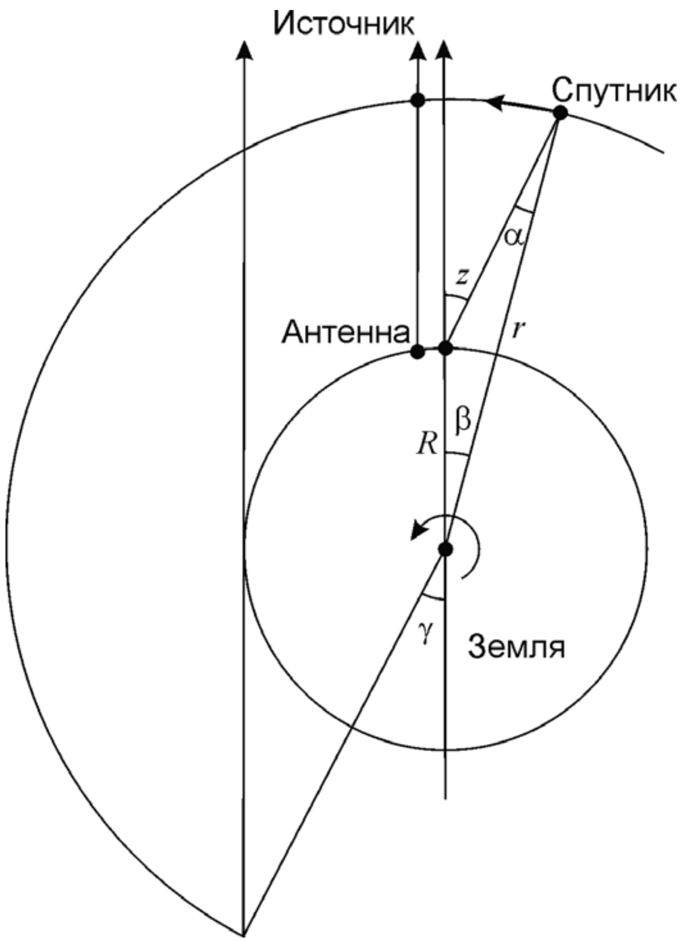
$$\gamma = \arcsin\frac{R}{r} = 23.5°.$$

Период обращения спутника можно узнать из III-го закона Кеплера, сравнив спутник, например, с Луной:

$$T = T_L \left(\frac{r}{r_L}\right)^{3/2} = 0.232 \text{ сут } = 5.6 \text{ ч.}$$

Источник для спутника будет доступен в течении времени

$$t = T\,\frac{180^\circ + \beta - \gamma}{360^\circ} = 2.7 \text{ ч.}$$



Мы получили ответ на первый вопрос задачи. Чтобы ответить на второй вопрос, обратим внимание, что спутник "догоняет" наземную антенну в своем орбитальном вращении – его период меньше звездных суток S. В некоторый момент времени спутник пройдет между источником и антенной. Тогда проекция линии, соединяющей наземную антенну и спутник (базы), на плоскость, перпендикулярную направлению на источник, достигнет минимального значения – нуля. Можно убедиться, что это произойдет достаточно скоро, задолго до окончания сеанса. Учитывая небольшое значение угла β, будем считать движение спутника и наземного телескопа на этом коротком интервале прямолинейными. Вначале спутник отстает от антенны на расстояние βr. Он ликвидирует это отставание за время

$$\tau = \frac{\beta r}{v - V} = \frac{\beta r}{\omega r - \Omega R} = \beta r \cdot \left(\frac{360^\circ r}{T} - \frac{360^\circ R}{S}\right)^{-1} = 18 \text{ мин.}$$

Здесь v и V – линейные скорости спутника и антенны, ω и Ω – их угловые скорости. Полученный интервал значительно короче продолжительности сеанса.