

9 класс

Второй день

- 9.5. Из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 составлены девять (не обязательно различных) девятизначных чисел; каждая из цифр использована в каждом числе ровно один раз. На какое наибольшее количество нулей может оканчиваться сумма этих девяти чисел?
- 9.6. Квадрат разбит на $n^2 \geq 4$ прямоугольников $2(n-1)$ прямыми, из которых $n-1$ параллельны одной стороне квадрата, а остальные $n-1$ — другой. Докажите, что можно выбрать $2n$ прямоугольников разбиения таким образом, что для любых двух выбранных прямоугольников один из них можно поместить в другой (возможно, предварительно повернув).
- 9.7. Окружность ω вписана в треугольник ABC , в котором $AB < AC$. Внеписанная окружность этого треугольника касается стороны BC в точке A' . Точка X выбирается на отрезке $A'A$ так, что отрезок $A'X$ не пересекает ω . Касательные, проведённые из X к ω , пересекают отрезок BC в точках Y и Z . Докажите, что сумма $XY + XZ$ не зависит от выбора точки X .
- 9.8. Сумма положительных чисел a, b, c и d равна 3. Докажите неравенство

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + \frac{1}{d^2} \leq \frac{1}{a^2 b^2 c^2 d^2}.$$

9 класс

Второй день

- 9.5. Из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 составлены девять (не обязательно различных) девятизначных чисел; каждая из цифр использована в каждом числе ровно один раз. На какое наибольшее количество нулей может оканчиваться сумма этих девяти чисел?
- 9.6. Квадрат разбит на $n^2 \geq 4$ прямоугольников $2(n-1)$ прямыми, из которых $n-1$ параллельны одной стороне квадрата, а остальные $n-1$ — другой. Докажите, что можно выбрать $2n$ прямоугольников разбиения таким образом, что для любых двух выбранных прямоугольников один из них можно поместить в другой (возможно, предварительно повернув).
- 9.7. Окружность ω вписана в треугольник ABC , в котором $AB < AC$. Внеписанная окружность этого треугольника касается стороны BC в точке A' . Точка X выбирается на отрезке $A'A$ так, что отрезок $A'X$ не пересекает ω . Касательные, проведённые из X к ω , пересекают отрезок BC в точках Y и Z . Докажите, что сумма $XY + XZ$ не зависит от выбора точки X .
- 9.8. Сумма положительных чисел a, b, c и d равна 3. Докажите неравенство

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + \frac{1}{d^2} \leq \frac{1}{a^2 b^2 c^2 d^2}.$$