

Решения и критерии оценивания

Задача 1. Склонения звёзд

В астрономии для определения координат на небе используют прямое восхождение (аналог географической долготы) и склонение (аналог широты). Величина склонения меняется от -90 (южный полюс мира) до $+90$ градусов (северный полюс мира). Три ярчайшие для невооружённого глаза звезды ночного неба имеют следующие склонения:

Звезда	Склонение
Сириус	-17°
Канопус	-53°
Толиман	-61°

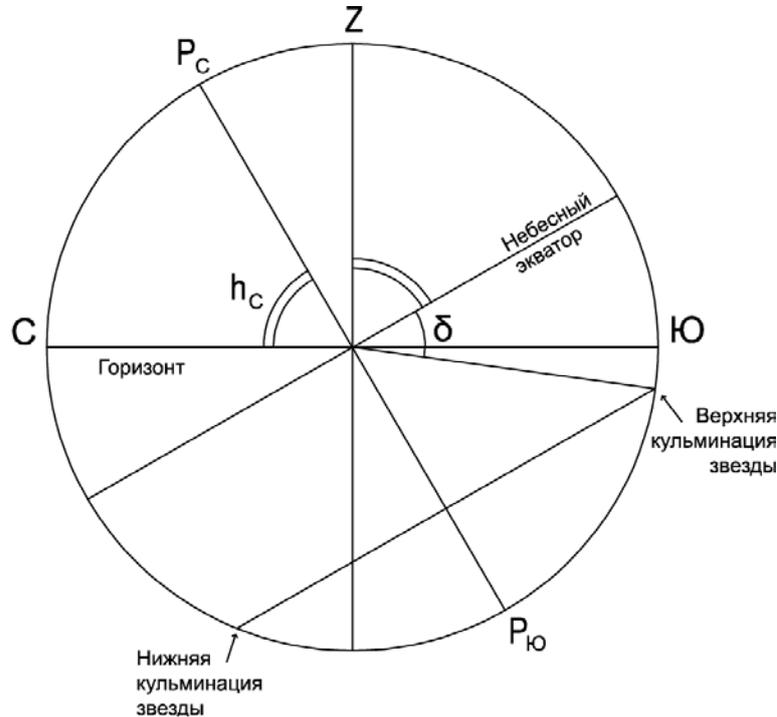
Определите для каждой из звёзд, на каких широтах Земли они остаются всегда выше и всегда ниже линии горизонта, то есть являются незаходящими и невосходящими светилами соответственно.

Решение



Высота северного полюса мира над горизонтом равна широте места наблюдения ($h_{с} = \varphi$). Высота южного равна широте, взятой с противоположным знаком ($h_{ю} = -\varphi$). Если угловое расстояние от ближайшего полюса мира до звезды (величина $90^\circ - |\delta|$) меньше его высоты, такая звезда будет незаходящей. Все три звезды находятся в южном полушарии, так что нас интересует южный

полюс мира ($\delta = -90^\circ$). $\delta - (-90^\circ) < h_{\text{Ю}} \Rightarrow \delta - (-90^\circ) < -\varphi \Rightarrow \delta + 90^\circ + \varphi < 0 \Rightarrow \varphi < -\delta - 90^\circ$. Подставляя значения δ для каждой звезды, получаем для Сириуса $\varphi < -73^\circ$, для Канопуса $\varphi < -37^\circ$, для Толимана $\varphi < -29^\circ$. Иными словами, Сириус не заходит южнее 73° ю. ш., Канопус южнее 37° ю. ш., Толиман южнее 29° ю. ш.



Звезды южного полушария могут быть невосходящими при наблюдении из северного полушария. Высота светил в верхней кульминации составляет $h = 90^\circ - \varphi + \delta$, если высота отрицательна, светила всегда остаются под горизонтом. $90^\circ - \varphi + \delta < 0^\circ$, $\varphi > 90^\circ + \delta$.

Таким образом, Сириус является невосходящим на широтах севернее $\varphi > 73^\circ$ с. ш., для Канопуса $\varphi > 37^\circ$ с. ш., для Толимана $\varphi > 29^\circ$ с. ш. Обратите внимание, что области являются симметричными; если в одном полушарии звезда является незаходящей на данных широтах, то в другом полушарии она не восходит на тех же по модулю широтах.

К решению данной задачи возможны различные подходы. Верная формулировка критериев, при которых звезда становится невосходящей/незаходящей оценивается в **2 балла** (суммарно **4**). Ещё по **2 балла** (суммарно **4**) добавляется, если проведены верные расчёты для незаходимости/невосходимости всех трёх звёзд. При наличии арифметических ошибок хотя бы для одной звезды соответствующая оценка снижается до **1 балла из 2**.

Максимум за задачу – 8 баллов.

Задача 2. Лампа и Солнце

На каком расстоянии от наблюдателя освещённость от Солнца будет такой же, как от лампы мощностью 100 Ватт на расстоянии в 1 метр? Сравните с расстоянием от Солнца до Земли (150 млн км). Считайте, что половина излучения Солнца приходится на видимый диапазон (КПД – 50%), а КПД лампы – 10%. Полная светимость Солнца составляет $4 \cdot 10^{26}$ Вт.

Решение

Освещённость обратно пропорциональна квадрату расстояния от источника света. Приравниваем освещённость от Солнца и лампы:

$$\frac{\eta_{\text{Солнце}} \cdot L_{\text{Солнце}}}{r_{\text{Солнце}}^2} = \frac{\eta_{\text{Лампа}} \cdot L_{\text{Лампа}}}{r_{\text{Лампа}}^2}$$

Таким образом, искомое расстояние равно

$$r_{\text{Солнце}} = \sqrt{\frac{\eta_{\text{Солнце}} \cdot L_{\text{Солнце}} \cdot r_{\text{Лампа}}^2}{\eta_{\text{Лампа}} \cdot L_{\text{Лампа}}}} = \sqrt{\frac{0,5 \cdot 4 \cdot 10^{26}}{0,1 \cdot 100}} = 4,47 \cdot 10^{12} \text{ метров,}$$

что составляет примерно 30 расстояний между Солнцем и Землёй (астрономических единиц).

Верный расчёт оценивается в **7 баллов**, ещё **1 балл** ставится за сравнение с расстоянием Земля-Солнце. За неверный учёт (или игнорирование) КПД оценка снижается на **2 балла**. Угаданный ответ, с отсутствующим или грубо неверным решением, оценивается в **1 балл**. При использовании показателя степени при расчёте освещённости, отличного от квадрата, оценка не превышает **2 балла**.

Максимум за задачу – 8 баллов.

Задача 3. Мобильный телефон

Пусть разрешение матрицы камеры мобильного телефона составляет 16 Мп (16 миллионов пикселей), размер светочувствительного сенсора – $5,5 \times 4,1$ мм. Фокусное расстояние камеры составляет 4 мм, диаметр объектива – 1,9 мм. Определите, сколько пикселей займёт изображение Луны на снимке мобильного телефона. Считайте, что светочувствительные элементы (пиксели) имеют квадратную форму и расположены вплотную друг к другу. Угловой диаметр Луны равен $0,5^\circ$.

Решение

Прежде всего определим линейный размер изображения Луны на матрице телефона. Считаем, что матрица находится в фокальной плоскости камеры. Угловой размер Луны следует предварительно перевести из градусов

в радианы, $\alpha = 0,5^\circ = \frac{0,5}{180/\pi} \sim 8,73 \cdot 10^{-3}$ радиан. Диаметр изображения Луны равен

$$d = F \tan \alpha \sim F\alpha = 4 \cdot 8,73 \cdot 10^{-3} \text{ радиан} \sim 0,035 \text{ мм. (1 балл)}$$

Соответственно, площадь изображения составит

$$S = \pi d^2 / 4 = 9,6 \cdot 10^{-4} \text{ мм}^2. \text{ (1 балл)}$$

Теперь определим площадь одного светочувствительного элемента матрицы (пикселя). Для этого разделим площадь камеры на общее число пикселей.

$$a = \frac{5,5 \cdot 4,1}{16 \cdot 10^6} \sim 1,41 \cdot 10^{-6} \text{ мм}^2. \text{ (2 балла)}$$

Наконец, разделим площадь изображения Луны на площадь пикселя и получим ответ:

$$N = \frac{9,6 \cdot 10^{-4} \text{ мм}^2}{1,41 \cdot 10^{-6} \text{ мм}^2} \sim 680 \text{ пикселей. (4 балла)}$$

Полностью правильное решение оценивается в **8 баллов**. Возможно множество подходов к решению данной задачи. Ответ может несколько отличаться из-за различного округления. Если школьник верно выразит диаметр Луны в пикселях (около 30), но не её площадь, решение рекомендуется оценивать не более чем в **5 баллов**.

Максимум за задачу – 8 баллов.

Задача 4. Экзопланеты

Вокруг звезды в созвездии Столовая Гора ($\alpha = 5 \text{ ч } 45 \text{ м}$, $\delta = -70^\circ$) по эллиптическим орбитам вращаются три планеты (назовём их А, Б и В). Некоторые параметры этих орбит приведены в таблице.

Параметр	Планета А	Планета Б	Планета В
Период обращения, земные сутки	5,64	14,03	?
Большая полуось, а. е.	?	0,0954	0,172
Эксцентриситет	0,2	0,11	0,2

Определите период планеты В и большую полуось планеты А.

Решение

Период обращения планеты и большая полуось её орбиты связаны соотношением, известным как 3-й закон Кеплера:

$$\frac{a_A^3}{T_A^2} = \frac{a_B^3}{T_B^2} = \frac{a_B^3}{T_B^2} = \text{const.}$$

Обратите внимание, что эксцентриситет в данное соотношение не входит. Таким образом, большая полуось планеты А равна

$$a_A = \sqrt[3]{\frac{T_A^2 \cdot a_B^3}{T_B^2}} = \sqrt[3]{\frac{5,64^2 \cdot 0,0954^3}{14,03^2}} \approx 0,052 \text{ а. е.}$$

Период планеты В равен $T_B = \sqrt{\frac{T_B^2 \cdot a_B^3}{a_B^3}} = \sqrt{\frac{14,03^2 \cdot 0,172^3}{0,0954^3}} \approx 34$ суток.

Верная запись 3-го закона Кеплера оценивается в **2 балла**, верные расчёты в **3 балла** для каждой планеты. За верные решения, не использующие закон Кеплера, работа также оценивается максимально, т. е. в **8 баллов**.

Максимум за задачу – 8 баллов.

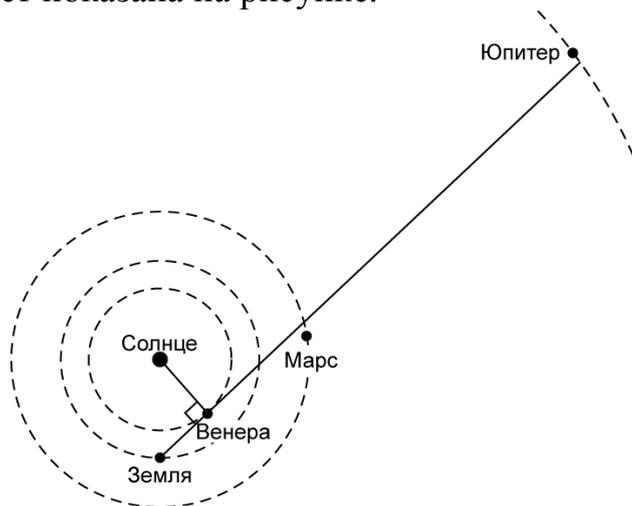
Задача 5. Соединение планет

26 октября Венера находилась в наибольшей западной элонгации, то есть в этот день угловое расстояние между Солнцем и Венерой достигло максимального значения в 46° . На угловом расстоянии в 1° от Венеры в тот день находилась планета Юпитер, а в $3,5^\circ$ – Марс.

1. Расположите три планеты (Венера, Марс, Юпитер) в порядке увеличения расстояния от Земли в этот день, от самой близкой до самой далёкой.
2. Расположите три планеты в порядке убывания их яркости на нашем небе в этот день, от самой яркой до самой тусклой.
3. Расположите три планеты в порядке убывания их углового размера на небе в этот день, от самой большой до самой маленькой.
4. Определите фазу Венеры и Юпитера.

Решение

Конфигурация планет показана на рисунке.



Расстояния до планет следуют из него явным образом, для определения блесков и угловых размеров потребуются некоторые априорные знания. Венера – практически всегда самая яркая планета при наблюдении с Земли, Марс может быть сравним по блеску с Юпитером, но лишь вблизи собственного противостояния. Венера может превысить угловой размер Юпитера, но лишь вблизи нижнего соединения, когда расстояние между Венерой и Землёй минимально.

Ответы

1. Венера – Марс – Юпитер (2 балла)
2. Венера – Юпитер – Марс (2 балла)
3. Юпитер – Венера – Марс (2 балла)
4. Фаза Венеры 0,5 или 50% (1 балл), фаза Юпитера стремится к 1 (100%). (1 балл)

Максимум за задачу – 8 баллов.

Задача 6. Атмосферные явления

Исследование явлений, происходящих в верхней атмосфере Земли, традиционно входит в область изучения астрономии. К таким явлениям относятся полярные сияния (связаны с попаданием частиц солнечного ветра в атмосферу), метеоры (сгорание микрочастиц в атмосфере) и серебристые облака (облака, образующиеся на высоте около 80 километров).

Предположим, опытный наблюдатель проводит наблюдения на широте Москвы в ноябре, а затем, спустя полгода, в мае. Метеорологические условия не препятствуют наблюдениям. Выберите верные утверждения для каждого явления. Результаты представьте в виде таблицы и обоснуйте.

Явление	Май	Ноябрь
Полярные сияния		
Метеоры		
Серебристые облака		

А – Наблюдения данного явления практически невозможны.

Б – Наблюдения данного явления маловероятны, но всё же возможны при определённом везении.

В – С высокой степенью вероятности данное явление удастся пронаблюдать.

Г – Внимательный наблюдатель обязательно сумеет пронаблюдать данное явление.

Решение

1. Полярные сияния редко наблюдаются на наших широтах, но при высокой солнечной активности и наличии тёмного неба это возможно. В частности, в текущем 2015 году полярные сияния наблюдались. Таким образом, и в мае, и в ноябре ответ Б.

2. Метеоры можно наблюдать каждую ночь. Даже при отсутствии регулярных метеорных потоков можно ожидать увидеть несколько спорадических (случайных) метеоров за ночь, необходимо лишь тёмное небо. Ответ Г и в мае, и в ноябре.

3. Серебристые облака можно наблюдать на сумеречном небе, когда небо уже достаточно тёмное, но на высоте в 80 км они ещё освещаются Солнцем. Ближе к дню летнего солнцестояния, во второй половине мая они наблюдаются достаточно регулярно, хотя и не каждую ночь, ответ В, в ноябре же их наблюдения исключены, ответ А.

Явление	Май	Ноябрь
Полярные сияния	Б	Б
Метеоры	Г	Г
Серебристые облака	В	А

Каждая верная строка в таблице оценивается в **1 балл**. Дополнительно **1 балл** ставится за обоснование строки Полярные сияния и по **2 балла** за обоснование строки Метеоры и Серебристые облака.

Максимум за задачу – 8 баллов.

Максимальный балл за всю работу – 48.