

**10 класс****Второй день**

- 10.5. Назовём непустое (конечное или бесконечное) множество  $A$ , состоящее из действительных чисел, *полным*, если для любых действительных  $a$  и  $b$  (не обязательно различных и не обязательно лежащих в  $A$ ) таких, что  $a + b$  лежит в  $A$ , число  $ab$  также лежит в  $A$ . Найдите все полные множества действительных чисел.
- 10.6. Внутри равнобокой трапеции  $ABCD$  с основаниями  $BC$  и  $AD$  расположена окружность  $\omega$  с центром  $I$ , касающаяся отрезков  $AB$ ,  $CD$  и  $DA$ . Окружность, описанная около треугольника  $BIC$ , вторично пересекает сторону  $AB$  в точке  $E$ . Докажите, что прямая  $CE$  касается окружности  $\omega$ .
- 10.7. По кругу стоят  $n$  мальчиков и  $n$  девочек. Назовем пару из мальчика и девочки *хорошей*, если на одной из дуг между ними стоит поровну мальчиков и девочек (в частности, стоящие рядом мальчик и девочка образуют хорошую пару). Оказалось, что есть девочка, которая участвует ровно в 10 хороших парах. Докажите, что есть и мальчик, который участвует ровно в 10 хороших парах.
- 10.8. Найдите все пары различных действительных чисел  $x$  и  $y$  такие, что  $x^{100} - y^{100} = 2^{99}(x-y)$  и  $x^{200} - y^{200} = 2^{199}(x-y)$ .

**10 класс****Второй день**

- 10.5. Назовём непустое (конечное или бесконечное) множество  $A$ , состоящее из действительных чисел, *полным*, если для любых действительных  $a$  и  $b$  (не обязательно различных и не обязательно лежащих в  $A$ ) таких, что  $a + b$  лежит в  $A$ , число  $ab$  также лежит в  $A$ . Найдите все полные множества действительных чисел.
- 10.6. Внутри равнобокой трапеции  $ABCD$  с основаниями  $BC$  и  $AD$  расположена окружность  $\omega$  с центром  $I$ , касающаяся отрезков  $AB$ ,  $CD$  и  $DA$ . Окружность, описанная около треугольника  $BIC$ , вторично пересекает сторону  $AB$  в точке  $E$ . Докажите, что прямая  $CE$  касается окружности  $\omega$ .
- 10.7. По кругу стоят  $n$  мальчиков и  $n$  девочек. Назовем пару из мальчика и девочки *хорошей*, если на одной из дуг между ними стоит поровну мальчиков и девочек (в частности, стоящие рядом мальчик и девочка образуют хорошую пару). Оказалось, что есть девочка, которая участвует ровно в 10 хороших парах. Докажите, что есть и мальчик, который участвует ровно в 10 хороших парах.
- 10.8. Найдите все пары различных действительных чисел  $x$  и  $y$  такие, что  $x^{100} - y^{100} = 2^{99}(x-y)$  и  $x^{200} - y^{200} = 2^{199}(x-y)$ .