Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Заключительный этап

Москва, 15—21 апреля 2017 года

Первый тур. Задачи

Дата написания	**16 апреля 2017 г.**
Количество заданий	**5**
Сумма баллов	**150**
Время написания	**240 минут**

Решения

Составители написали приведенные ниже решения более подробно, чем если бы им самим пришлось участвовать в олимпиаде. Данный документ содержит пояснения, примечания, альтернативные способы решений, которые предназначены исключительно для информирования жюри, а также всех, кто будет разбирать эти задачи в дальнейшем при изучении экономики или подготовке к олимпиадам. От участников не требуется слишком подробного решения; в любом случае самое важное при оценке — понимает ли участник, как решается задача.

Самая важная вещь на Олимпиаде — не победа, а участие, так же как в жизни важен не триумф, а борьба. Имеет значение не то, что вы завоевали, а то, как вы бились.

— Пьер де Кубертен

Задача 1. Спрос рождает предложение

Фирма «Мориарти» является монополистом на региональном рынке свежих слив. Функция спроса на сливы в регионе имеет вид $q_d(p) = 180 - p_d$ (при ценах выше 180 потребители ничего не покупают), где p_d — цена на региональном рынке. Фирма владеет одним заводом, издержки производства слив на котором зависят от объема выпуска следующим образом:

$$TC_1(q_1) = \begin{cases} q_1^2 + 12q_1 + 2017, & \text{если } q > 0; \\ 0, & \text{если } q = 0. \end{cases}$$

У фирмы есть возможность открыть второй завод, функция издержек на котором будет такой же, как на первом (объем выпуска на втором заводе обозначим за q_2).

а) (10 баллов) Является ли открытие второго завода оптимальным решением с точки зрения максимизации прибыли?

б) (20 баллов) Фирма «Мориарти» рассматривает возможность выхода на рынок соседнего региона. Если она это сделает, то останется монополистом в своем регионе, а в соседнем сможет продать любой объем выпуска q_f по цене 120. Стоит ли фирме выходить на новый для нее рынок? Если да, то стоит ли при этом открывать второй завод?

Решение

Сначала найдем общую функцию издержек для случая открытия второго завода, то есть при $Q = q_1 + q_2$, $q_2 > 0$. При оптимальном распределении выпуска между заводами (если на обоих заводах производится ненулевое количество товара) предельные издержки на двух заводах должны быть равны. Если это будет не так, то достаточно переместить небольшой объем производства с того завода, где издержки производства последней единицы больше, туда, где они меньше, и издержки уменьшатся при неизменной выручке.

Значит, должно быть выполнено

$$MC_1(q_2) = MC_2(q_2),$$
$$2q_1 + 12 = 2q_2 + 12,$$
$$q_1 = q_2 = Q/2.$$

Составим функцию общих издержек от суммарного объема выпуска:

$$TC(Q) = TC_1(q_1) + TC_2(q_2) = 2 \cdot \Big((Q/2)^2 + 12(Q/2) + 2017\Big) = Q^2/2 + 12Q + 4034. \tag{1.1}$$

Таким образом, в обоих пунктах задачи фирма может выбирать между функцией издержек, которая дана в условии, и функцией издержек (1.1).

а) В случае использования фирмой только **одного завода** ($q_1 = Q > 0$) функция прибыли имеет вид

$$\pi(Q) = (180 - Q)Q - Q^2 - 12Q - 2017.$$

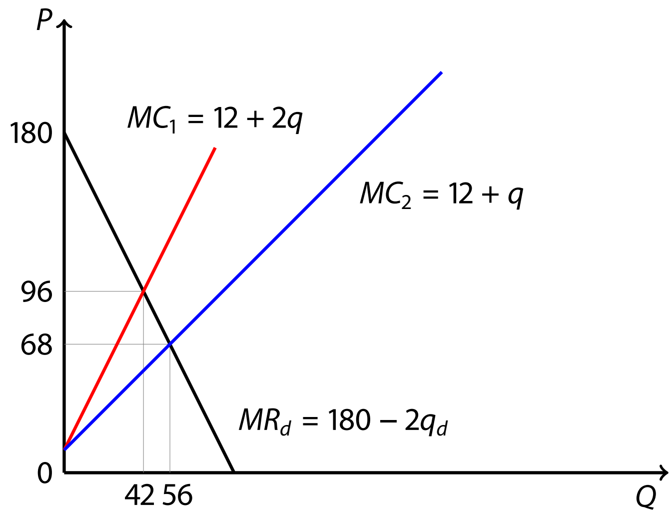
Это парабола с ветвями вниз и вершиной в точке $Q^\star = 42$. Максимальная прибыль при этом равна 1511.

В случае использования фирмой **двух заводов** ($q_1 = q_2 = Q/2 > 0$) функция прибыли имеет вид

$$\pi(Q) = (180 - Q)Q - Q^2/2 - 12Q - 4034.$$

Это парабола с ветвями вниз и вершиной в точке $Q^{\star\star} = 56$. Максимальная прибыль при этом равна 670.

Максимальная прибыль с одним заводом больше, поэтому второй открывать не нужно.



б) С появлением второго рынка фирме нужно решить две задачи:

1) Как распределять произведенный выпуск между рынками?

2) Сколько всего производить?

Ответ на первый вопрос получается при приравнивании предельной выручки на двух рынках. Действительно, каждую единицу товара нужно продавать там, где она сильнее увеличивает выручку. Предельная выручка на внутреннем рынке $MR_d(q_d) = 180 - 2q_d$ убывает и при малых значениях q_d больше 120 (предельной выручки на внешнем рынке). Значит, продавать товар на внутреннем рынке нужно до тех пор, пока не будет выполнено $180 - 2q_d = 120$, а затем нужно переключиться на внешний, так как выручка на внутреннем будет больше. Отсюда получаем $q_d^\star = q_d^{\star\star} = 30$, а оптимальная цена внутреннего рынка равна 150 (этот результат не зависит от того будет ли фирма выходить на внешний рынок, осуществляя производство продукции только на одном или одновременно на двух заводах). Итак, фирма получит на внутреннем рынке выручку, равную 4500.

Ответить на второй вопрос можно, приравняв предельную выручку, равную цене внешнего рынка, к общим предельным издержкам. Поскольку предельные издержки (как в случае одного, так и в случае двух заводов) возрастают, нужно продавать товар, пока предельный доход их превышает, то есть пока прибыль увеличивается. Получаем:

Один завод:

$$MC = 2Q + 12;$$
$$120 = 2Q + 12;$$
$$Q^{\star} = 54;$$
$$q_f^{\star} = 54 - 30 = 24;$$
$$TR_f^{\star} = 120 \cdot 24 = 2880;$$
$$\pi^{\star} = 4500 + 2880 - 54^2 - 12 \cdot 54 - 2017 =$$
$$= 1799.$$

Два завода:

$$MC = Q + 12;$$
$$120 = Q + 12;$$
$$Q^{\star\star} = 108;$$
$$q_f^{\star\star} = 108 - 30 = 78;$$
$$TR_f^{\star\star} = 120 \cdot 78 = 9360;$$
$$\pi^{\star\star} = 4500 + 9360 - 108^2/2 - 12 \cdot 108 - 4034 =$$
$$= 2698.$$

Прибыль в случае одного завода меньше, чем прибыль в случае двух заводов ($1799 < 2698$). Значит, открывать второй завод выгодно. При этом максимальная прибыль больше той, что была в пункте **а)**, так что выход на второй рынок был оправдан.

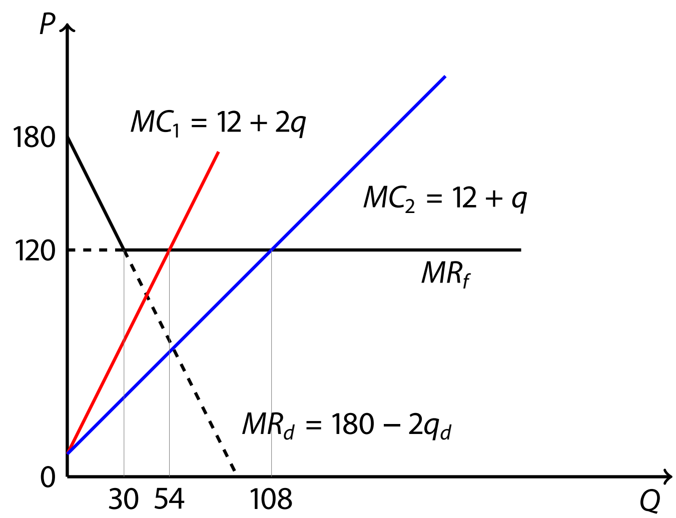


Схема оценивания

Штрафы:

- Использование частных производных без достаточного обоснования — *до 2 баллов*
- *1 балл* за отсутствие обоснования максимума для параболы
- Арифметические ошибки — *1 балл* за каждую. Если ошибка существенна, обнулялись баллы за те пункты, на которые она могла повлиять, даже если выводы были правильными

а) • расчёт прибыли для одного завода — *3 балла*

- обоснование того, что для двух заводов объемы производства на них будут одинаковы — *3 балла*
- расчёт прибыли для двух заводов — *3 балла*
- вывод о нецелесообразности открытия второго завода — *1 балл*

б) • обоснованный любым способом ответ на вопрос, стоит ли выходить на мировой рынок — *5 баллов*

- определение объема продаж для внутреннего рынка — *6 баллов*.
- расчёт прибыли для одного завода — *2 балла*
- расчёт прибыли для двух заводов — *5 баллов*
- вывод о целесообразности открытия двух заводов — *2 балла*

Альтернативные критерии для пункта **б)**:

- построение функции прибыли для одного завода, работающего на двух рынках, определение оптимального объёма производства и прибыли — *8 баллов*
- построение функции прибыли для двух заводов, работающих на двух рынках, определение оптимального объёма производства и прибыли — *8 баллов*
- вывод о целесообразности экспорта — *2 балла*
- вывод о целесообразности открытия двух заводов — *2 балла*

Задача 2. В чём согласны экономисты

Исследователи Дэн Фуллер и Дорис Гейде-Стевенсон проанализировали результаты опроса о ключевых проблемах экономической политики, проведенного в 2011 году среди 2854 профессиональных американских экономистов.[1] Среди респондентов были как представители академического сообщества, так и экономисты, работающие на государство, а также представители бизнеса. Каждому из них предлагалось высказать свое отношение к 44 утверждениям: в целом согласиться, согласиться при определенных оговорках или выразить несогласие.

Ниже приводятся два утверждения, с которыми оказались в той или иной степени согласны больше всего опрошенных. (В скобках указана доля опрошенных, выразивших полное согласие и согласие с оговорками соответственно.) Прокомментируйте каждое из этих утверждений: объясните, почему многим экономистам оно кажется справедливым, а также почему, тем не менее, не все согласны с ним безоговорочно. Будьте лаконичны: ответ относительно каждого утверждения может уместиться в 3—5 предложений.

а) (15 баллов) *Гибкие и плавающие валютные курсы помогают эффективно регулировать международную валютную систему* (69,9 % + 25,9 %).

б) (15 баллов) *Если правительство хочет сбалансировать государственный бюджет, то лучше соблюдать баланс на протяжении экономического цикла, а не каждый год* (66,4 % + 22,5 %).

Решение

а) Возможные аргументы в пользу утверждения:

- **Финансовая стабильность.** Поддержание фиксированного валютного курса зачастую требует от страны существенных валютных резервов, что отвлекает ресурсы от других целей. Если резервы будут исчерпаны (например, из-за спекулятивных атак), то ЦБ будет вынужден осуществить девальвацию национальной валюты, которая в таких условиях часто оказывается очень резкой, что само по себе сказывается на экономике хуже, чем более плавное приспособление в условиях плавающих курсов.
- **Торговый баланс.** Гибкие валютные курсы способствуют установлению равновесного торгового баланса. Если в какой-то стране возникает дефицит торгового баланса (превышение импорта над экспортом), то есть спрос на её продукцию становится мал, то спрос на её национальную валюту также уменьшится, в результате равновесный валютный курс упадет, товары этой страны подешевеют относительно иностранных, что приведет к росту величины экспорта и снижению величины импорта.
- **Самостоятельная монетарная политика.** В условиях гибких валютных курсов центральные банки могут проводить самостоятельную монетарную политику (например, таргетировать инфляцию) и лучше стабилизировать экономику в ответ на внутренние шоки.

Возможные аргументы против утверждения:

[1] Fuller, Dan, and Doris Geide-Stevenson. "Consensus Among Economists—An Update." *The Journal of Economic Education* 45.2 (2014): 131-146.

- **Борьба с инфляцией.** В развивающихся странах привязка курса национальной валюты к валюте страны с низкой и стабильной инфляцией может быть хорошим инструментом для снижения внутренней инфляции.
- **Стабильность относительных цен.** Если резервы ЦБ достаточно велики, то фиксированный курс может снижать изменчивость относительных цен импортируемых и экспортируемых товаров, то есть снижать уровень неопределенности для фирм и домашних хозяйств. Это хорошо, например, потому, что снижение уровня неопределенности может способствовать росту инвестиций.

б) Возможные аргументы в пользу утверждения:

- Согласно кейнсианскому подходу, важно не состояние государственного бюджета, а проведение стабилизационной фискальной политики: увеличение государственных расходов и сокращение налогов в период спада для стимулирования деловой активности или сокращение государственных расходов и увеличение налоговых поступлений в период перегрева экономики для снижения деловой активности. В такой ситуации попытка сбалансировать государственный бюджет ежегодно может привести либо к еще большему перегреву экономики (при подъеме доходы от налогов увеличиваются за счет действия автоматических стабилизаторов, следовательно, для стабилизации бюджета правительство должно увеличить государственный расходы, что только усилит перегрев экономики), либо к еще более глубокому спаду (аналогичная логика).
- Другое важное соображение заключается в ограничении **осуществимости ежегодного балансирования**. Даже если представить, что правительство несмотря ни на что задалось целью сбалансировать ежегодный бюджет, то нужно учитывать, что государственные расходы невозможно сократить ниже какой-то значительной положительной величины (среди прочего, из-за социальных расходов), а налоговые поступления ограничены сверху (из-за пика кривой Лаффера). Дополнительными сложностями может стать отсутствие политической решимости сократить некоторые статьи государственных расходов (например, военные расходы), а также невозможность собрать требуемый объем налогов за короткий промежуток времени.

Возможные аргументы против утверждения:

- **Трудность прогнозирования.** Чтобы балансировать бюджет в течение цикла, нужно уметь прогнозировать будущие стадии цикла (их продолжительность и амплитуду). А это может быть затруднительно.
- **Асимметричность колебаний.** В реальности по своей продолжительности и глубине спады часто значительно больше, чем подъемы, и покрыть бюджетные дефициты за счет излишков вряд ли удастся.
- **Плохие стимулы для правительства.** Смены правительств (в результате выборов) могут не совпадать со сменой бизнес-циклов. Поэтому у текущего правительства могут быть стиму-

лы допускать дефицитный бюджет, так как расплачиваться с долгами придется уже другому правительству.

Схема оценивания

В каждом пункте требуется хотя бы один обоснованный аргумент в пользу истинности утверждения и хотя бы один обоснованный аргумент, почему с утверждением можно согласиться лишь с оговорками.

Если есть аргумент (или аргументы) только в одну сторону, то пункт оценивается в 8 баллов.

Задача 3. Списывать — норма?

Распространение культурных норм — сложный процесс, который, по мнению некоторых исследователей, основан на копировании признаков окружающих. Причем часто этот процесс идет неосознанно, и распространенным ответом, например, на вопрос *«Почему ты говоришь с таким акцентом?»* будет *«тут все так говорят»*, а не *«я рассмотрел ряд возможных акцентов и понял, что наибольший выигрыш мне приносит именно этот»*. Такой выбор вполне может оказаться рациональным, при том что сама норма может быть неэффективной, но устойчивой.

В этой задаче мы исследуем распространение нормы «списывать» в школьной среде. Будем считать, что есть два типа школьников: те, кто честно готовятся к проверочным работам и не списывают, а также те, кто не готовятся и списывают со шпаргалок.

I ↓ \ II →	Честный	Списывает
Честный	10, 10	–10, 5
Списывает	5, –10	0, 0

Если *два честных школьника сидят рядом* на проверочной работе, то они честно пишут эту работу и даже получают удовольствие от своей честности. Будем считать, что каждый из них в этом случае получает выигрыш (полезность), равный 10. Если же *два списывающих школьника сидят рядом*, то, во-первых, у них получается хуже написать, а во-вторых, они нервничают, мешают друг другу и привлекают внимание, из-за чего выигрыш каждого равен 0. В случае, когда *списывающий и честный сидят рядом*, списывающий получает выигрыш 5, так как списал работу и не сильно привлекал к себе внимание, а честный получает выигрыш (–10), так как не мог ничего нормально решать из-за вопиющей несправедливости, которая творилась рядом с ним.

Учитель борется со списыванием путем постоянного пересаживания школьников. В классе 22 ученика, и в течение месяца (21 учебный день) каждый успевает посидеть с каждым одноклассником за партой по одному разу. По итогам месяца каждый школьник сравнивает полученный суммарный выигрыш с тем выигрышем, который он получил бы, если бы весь месяц вел себя по-другому (с учетом того, как вели себя одноклассники). Если в прошлом месяце ученик списывал, а, будучи честным, получил бы выигрыш строго больше, в следующем месяце он не будет списывать. Если он в прошлом месяце был честным, то выбор нечестного поведения связан с моральными издержками, так что он переключится, только если общий выигрыш от переключения в прошлом месяце вырос бы более чем на 15. Если эти условия не выполняются, то ученик сохраняет свой тип на следующий месяц.

а) (15 баллов) Пусть в первом месяце в классе было X честных и Y списывающих школьников (X и Y могут принимать любые целые неотрицательные значения, такие что $X + Y = 22$). Как будет меняться количество школьников каждого типа в следующие месяцы?

б) (5 баллов) Назовем *равновесным классом* такой, в котором никто из школьников по итогам месяца не станет менять свой тип. Предположим, что класс был равновесным, когда один из учеников (назовем его Вовочка) на один месяц поменял свой тип ни с того ни с сего (после этого месяца он снова станет обычным учеником, рационально сравнивающим выгоды). Как будет меняться количество школьников каждого типа в следующие месяцы?

в) **(10 баллов)** Если вы правильно решили пункты **а)** и **б)**, то у вас должно было получиться, что существует несколько типов равновесных классов, причем один из них является самым предпочтительным для каждого школьника. Предположим, учитель изначально знает, к какому типу принадлежит каждый школьник, и может составлять любой план рассадки на каждый день (необязательно делать так, чтобы каждый сидел с каждым в течение месяца). При каком минимальном значении X учителю удастся добиться, чтобы через конечное число месяцев класс оказался в предпочтительном равновесии? Считайте, что «вовочек» в классе нет, то есть все принимают решения так, как описано в задаче.

Решение

а) 1) Предположим, в классе есть честные школьники, то есть $X > 0$. В первом месяце каждый такой школьник $(X-1)$ раз встретился с себе подобными (и каждый раз получил 10) и Y раз — со списывальщиками (и каждый раз получил -10). Таким образом, его выигрыш был равен

$$U_ч = 10(X-1) - 10Y.$$

Если он в первом месяце следовал бы другой норме, то честных школьников стало бы $(X-1)$, а списывающих — $(Y+1)$, и выигрыш переключившегося школьника был бы равен $(5(X-1)-15)$ (с учетом моральных издержек). Честный школьник останется честным, если

$$10(X-1) - 10Y \geqslant 5(X-1) - 15,$$

то есть (с учетом того, что $Y = 22-X$) $X \geqslant 14$. Если же $X < 14$, то есть честных школьников достаточно мало, то все они переключатся на нечестное поведение в следующем месяце.

2) Предположим, в классе есть списывающие школьники, то есть $Y > 0$. В первом месяце каждый такой школьник $(Y-1)$ раз встретился с себе подобными (и каждый раз получил 0) и X раз — с честными (и каждый раз получил 5). Таким образом, его выигрыш был равен

$$U_с = 5X.$$

Если он в первом месяце следовал бы другой норме, то честных школьников стало бы $(X+1)$, а списывающих — $(Y-1)$, и выигрыш переключившегося школьника был бы равен $(10X - 10(Y-1))$. Списывающий школьник останется списывающим, если

$$5X \geqslant 10X - 10(Y-1),$$

то есть (с учетом того, что $Y = 22-X$) $X \leqslant 14$. Если же $X > 14$, то есть честных школьников достаточно много, то в следующем месяце все нечестные станут честными.

Из предыдущего рассуждения следует, что если в классе ровно 14 честных школьников, то их количество будет стабильно — никто не захочет переключаться. Если же честных больше 14, то уже в следующем месяце все станут честными (а дальше ничего не будет меняться, так как 22 тоже больше 14). Если честных меньше 14, то во втором месяце все будут списывать (а дальше ничего не будет меняться, так как 0 тоже меньше 14).

б) В предыдущем пункте мы выяснили, что есть три типа равновесных классов: $X = 0$, $X = 14$ и $X = 22$.

Если класс находился в равновесиях $X = 0$ или $X = 22$, то ничего не произойдет: переключения Вовочки недостаточно, чтобы развернуть соответствующие неравенства.

Если класс находился в равновесии $X = 14$ и Вовочка был честным школьником, то его переключение на нечестную норму сделает $X < 14$. В следующем месяце все честные школьники станут списывальщиками, все списывальщики останутся списывальщиками и класс навсегда окажется в равновесии $X = 0$.

Если класс находился в равновесии $X = 14$ и Вовочка был списывальщиком, то его переключение на честную норму сделает $X > 14$. В следующем месяце все списывальщики станут честными, все честные останутся честными и класс навсегда окажется в равновесии $X = 22$.

в) Самое предпочтительное равновесие — то, в котором $X = 22$, то есть все школьники честные. В этом случае каждый школьник каждый день получает максимально возможный выигрыш, так что любая другая конфигурация хуже по крайней мере для кого-то.

Как стимулировать списывальщика становиться честным? Как следует из расчетов пункта **а)**, нужно делать так, он сидел с честным школьником не менее 15 дней из 21. При этом злоупотреблять этим не стоит: если честный школьник будет слишком часто (больше 7 дней в месяц) сидеть с нечестными, он «заразится» списыванием от них.

Если в классе нет честных школьников ($X = 0$), то пересаживание не поможет: никто из них никогда не будет сидеть с честным, так что не изменит свой тип. Также не получится достичь хорошего равновесия, если $X = 1$: единственный честный школьник в любом случае весь месяц просидит со списывальщиками и уже в следующем месяце наступит самое плохое равновесие.

Если $X = 2$, то увеличить количество честных учеников также не получится. Для того чтобы «обратить» хотя бы одного списывальщика, нужно, чтобы как минимум 15 дней с ним сидел кто-то из двух честных школьников. Значит, эти 15 дней честные не будут сидеть друг с другом. Получается, что друг с другом они будут сидеть не более 6 дней, так что оба они превратятся в списывальщиков, и мы вернемся к ситуации $X = 1$.

А вот при $X = 3$ хорошего равновесия достичь можно. Покажем, как из трех честных школьников через месяц получить четыре. Нужно сделать рассадку так, чтобы каждый из трех честных школьников провел с одним и тем же нечестным по 5 дней, при этом остальные двое будут сидеть друг с другом. Тогда после 15 дней нечестный станет честным. Чтобы честные тоже не сменили тип, нужно, чтобы в оставшиеся 6 дней по 2 дня вместе сидели все возможные пары:

$(1, 2)$, $(2, 3)$ и $(1, 3)$. Тогда каждый честный школьник проведет с себе подобными по 14 дней, чего как раз достаточно, чтобы не сменить тип.

Дальше каждый месяц действуем следующим образом. Действуя аналогично приведенной выше схеме, три школьника превратят одного списывающего в честного, при этом сами останутся честными. Каждого из оставшихся честных школьников будем сажать с одним и тем же одноклассником. Если он будет сидеть целый месяц с честным, то они оба останутся честными. Если он будет сидеть целый месяц со списывающим, то через месяц они поменяются типами. В обоих случаях общее число честных школьников по итогам месяца увеличится на 1. Продолжить превращать списывальщиков в честных одного за другим, пока все в классе не станут честными.

Схема оценивания

а) • Вывод условия смены типа честным школьником ($X < 14$) — **5 баллов**

- Вывод условия смены типа списывающим школьником ($X > 14$) — **5 баллов**
- Если условия не были выведены, то можно было получить **по 1 баллу** из 5 за выписанный выигрыш честного и списывающего школьника
- Свод условий и выписывание ответа — **5 баллов**
- Если задача решалась перебором и перебор был неполным, то можно было получить (в зависимости от степени неполноты) **до 3 баллов** за правильно разобранные случаи каждого из трех типов

б) • Проанализированы случаи $X = 22, Y = 0$ и $X = 0, Y = 22$ — **по 1 баллу** за каждый из случаев

- Проанализирован случай $X = 14, Y = 8$ — **по 1 баллу** за каждый из двух случаев типов Вовочки
- Все собрано правильно в ответ — **1 балл**

в) • Доказано, что если честных школьников не более 2, то ничего не получится — **4 балла**

- Если с 2 школьниками доказательство не удалось, то **1 балл** (в сумме) можно было получить за разбор случаев $X = 0$, $X = 1$
- Показано, что из $X = 3$ можно сделать 4 честных школьников — **3 балла**
- Показано, что при 4 и более честных школьников можно увеличивать число честных школьников каждый месяц как минимум на 1 — **3 балла**

Задача 4. Международная торговля и рынок труда

В стране XY производятся два товара — Икс и Игрек; в их производстве используются два фактора — труд и капитал. Общий запас труда в стране (величина рабочей силы) составляет 240 единиц, а капитала — 120 единиц. Для производства X единиц Икса нужны X единиц труда и $X^2/120$ единиц капитала. Для производства Y единиц Игрека нужны $2Y$ единиц труда и Y единиц капитала. Товары Икс и Игрек потребляются только в комплектах, состоящих из одной единицы Икса и двух единиц Игрека. Экономика страны работает так, чтобы максимизировать количество потребляемых комплектов.

а) (8 баллов) Постройте кривую производственных возможностей страны, указав координаты всех ключевых точек. Определите, сколько комплектов будет потребляться в стране в условиях закрытой экономики. Определите уровень безработицы в стране (долю рабочей силы, которая не используется в производстве).

б) (8 баллов) Допустим, страна открывается мировому рынку, на котором единицу Икса можно обменять (в любую сторону) на две единицы Игрека. Определите, какая комбинация товаров будет производиться в стране и сколько комплектов будет потребляться. Определите уровень безработицы в стране.

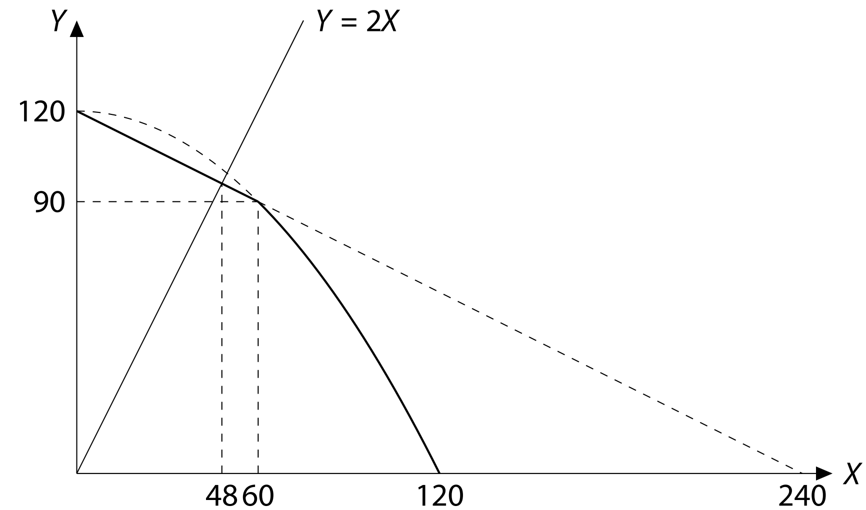
в) (2 балла) Как известно, безработица влечет за собой долгосрочные потери благосостояния, связанные с утратой квалификации работников, отчаянием и подобными эффектами. Определим величину общественного благосостояния как разность между количеством потребляемых комплектов и величиной $c \cdot U$, где U — *количество* безработных единиц труда, а c — потери от безработицы в расчете на одну безработную единицу труда. При каком минимальном значении c величина общественного благосостояния в стране не увеличится при открытии международной торговли? Обозначьте это значение за $c_{\min}$.

г) (12 баллов) Допустим, $c = c_{\min}$. Вместо того, чтобы рассматривать две крайности — открывать свободную торговлю или запрещать ее — государство может принять промежуточное решение: ввести тариф на импорт Игрека. После введения тарифа доля $t \in (0;1)$ ввезенных единиц Игрека будет изыматься; изъятые единицы Игрека государство затем частично обменивает на Икс на мировом рынке и отдает полученные комплекты потребителям. При этом экономические агенты при принятии решений не учитывают этот трансферт: равновесие в экономике устанавливается так же, как в пункте **б)**, как если бы пропорция обмена Икса на Игрек была $1 : (2(1-t))$.

Определите значение t, при котором общественное благосостояние максимально.

Решение

а) Обозначим количества произведенных товаров за X и Y. Тогда в силу ограничения на рабочую силу имеет место неравенство $X + 2Y \leqslant 240$. В силу ограничения на количество капитала имеет место неравенство $X^2/120 + Y \leqslant 120$. Множество доступных для производства наборов (X,Y) является пересечением множеств, заданных этими неравенствами и первой координатной четверти. «Верхняя» граница этого множества и даст искомую КПВ. Ее ключевые точки: $(0, 120)$, $(60, 90)$, $(120, 0)$. КПВ изображена на рисунке:



Кривая производственных возможностей страны и объем потребления в условиях закрытой экономики.

Для решения дальнейших пунктов нам пригодится аналитическая запись КПВ:

$$Y = \begin{cases} 120 - X/2, & X < 60; \\ 120 - X^2/120, & 60 \leqslant X \leqslant 120. \end{cases}$$

Количество потребленных комплектов будет определяться пересечением КПВ и луча $Y = 2X$. Легко определить, что пересечение будет происходить в точке $(48, 96)$, то есть потребляться будут 48 комплектов. В этой точке ограничение по труду выполнено как равенство. Иными словами, все единицы труда задействованы в производстве и уровень безработицы равен нулю.

б) Решение 1. Альтернативные издержки при производстве X единиц равны $1/2$ единиц Игрека при $X < 60$ и $120 - X^2/120)' = X/60$ единиц Игрека при $X > 60$. Заметим, что если страна находится в точке равновесия пункта а), мы можем увеличить производство Икса на небольшое Δ, отказавшись от $\Delta/2$ единиц Игрека. Произведенный Икс можно обменять на мировом рынке на 2Δ единиц Игрека, и итоге у страны будет больше Игрека, чем изначально, при таком же количестве Икса. Значит, страна сможет получить и больше комлпектов, чем изначально (так как Y дополнительных единиц Игрека легко превратить в $Y/4$ комплектов).

(Уменьшать же производство Икса по сравнению с пунктом а) невыгодно, так как «меняя» Икс на Игрек внутри страны, двигаясь по КПВ влево, мы получим только $1/2$ Игрека за каждую единицу Икса, а на мировом рынке получим две единицы.)

Рассуждая таким образом, что стране выгодно наращивать производство Икса, пока альтернативные издержки этого (в терминах Игрека) меньше, чем количество дополнительных единиц Игрека, которое можно получить от обмена. Иными словами, стране нужно выбрать максимальный объем производства Икса, удовлетворяющий условию $X/60 \leqslant 2$. Получаем, что оптимальный объем производства Икса равен 120, и, соответственно, объем производства Игрека равен 0.

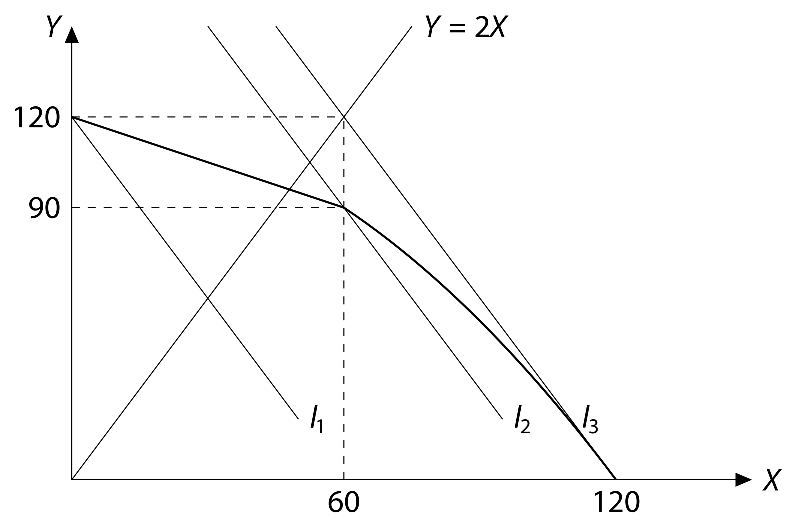
2 единицы Икса на мировом рынке можно превратить в комплект из единицы Икса и двух единиц Игрека, и значит 120 единиц можно превратить в 60 комплектов. На производстве Икса будет задействовано 120 из 240 единиц труда. Таким образом, уровень безработицы составит 50 %.

Решение 2 является графическим аналогом Решения 1. Допустим, страна выбрала некую точку A на КПВ. Обмен товарами на международном рынке соответствует движению вдоль прямой, проходящей через A и имеющую наклон (–2). При этом обмен будет происходить до пересечения этой прямой с прямой $Y = 2X$. Например, если страна выберет точку $(0; 120)$, обмен будет соответствовать движению вдоль прямой l_1 на рис. ниже. Видим, что ее пересение с $Y = 2X$ лежит ниже КПВ, так что обмен не выгоден. Напротив, если страна будет производить комбинацию $(60; 90)$, можно обмениваться вдоль прямой l_2. Ее пересечение с $Y = 2X$ лежит выше КПВ, так что такой обмен увеличивает количество комплектов по сравнению с закрытой экономикой.

Проводя прямые с наклоном (-2) через точки с $X \geqslant 60$, видим, что итоговое потребление комплектов будет расти до тех пор, пока линия обмена не будет касаться КПВ, либо X не достигнет своего максимального значения, 120. В данном случае наклон КПВ в точке равен $-X/60$, и поэтому КПВ касается линии обмена, когда $-X/60 = -2$, то есть $X = 120$. Таким образом, потребление комплектов максимально, если страна будет производить только Икс, в объеме 120 единиц.

При этом обмен будет происходить вдоль прямой l_3, имеющей уравнение $Y = 240 - 2X$. Пересекая ее с прямой $Y = 2X$, получаем, что количество потребляемых комплектов равно 60.

При этом в производстве задействованы только 120 единиц труда из 240, так что уровень безработицы равен 50 %.



Установление равновесия при свободной торговле.

Решение 3. Допустим, страна решила произвести X единиц Икса и $Y(X)$ единиц Игрека, где $Y(X)$ — уравнение КПВ. Тогда, чтобы достичь пропорции потребления 2:1 ей нужно будет обменять на мировом рынке Δ единиц Икса на 2Δ единиц Игрека, где Δ удовлетворяет уравнению $(Y(X)+2\Delta)/(X-\Delta) = 2$, откуда $\Delta = (2X - Y(X))/4$. При этом итоговое потребление комплектов будет равно

$$X - \Delta = X/2 + Y(X)/4 = \begin{cases} 30 + 3X/8, & X < 60; \\ 30 + X/2 - X^2/480, & 60 \leqslant X \leqslant 120. \end{cases}$$

Нам нужно максимизировать эту функцию по X. Заметим, что она возрастает при $X < 60$, поэтому оптимум достигается при $X \geqslant 60$. При $X \geqslant 60$ графиком этой функции является парабола с ветвями вниз, и ее максимум достигается при $X = 120$. Отсюда получаем все остальные ответы.

На содержательном уровне в экономике произошло следующее. Дешевый, относительно альтернативных издержек производства, импортный Игрек вытеснил отечественный, что привело к закрытию заводов по производству Игрека и перетоку рабочей силы из производства Игрека в производство Икса на экспорт. Однако, поскольку производство Икса менее трудоемко, чем производство Игрека, далеко не все смогли найти новую работу в секторе производства Икса. В итоге возникла безработица, несмотря на то, что суммарное потребление комплектов возросло.

в) Независимо от величины , страна будет производить только 120 единиц Икса, потреблять 60 комплектов и иметь 120 безработных единиц труда. Потери от безработицы (в комплектах) перевесят рост потребления при $120 \geqslant 60 - 48$, то есть $C \geqslant 1/10$. Таким образом, $_{min} = 1/10$.

г) **Решение 1.** Заметим, что, независимо от величины тарифа, фактическая пропорция обмена для страны в целом (с учетом внешнеторговых операций государства) будет, как и раньше, 2:1. Поэтому объем производства Икса однозначно определяет количество потребленных в итоге комплектов, а значит, и уровень благосостояния. Значит, можно оптимизировать благосостояние непосредственно по объему производства Икса, найти этот оптимальный объем, а затем найти величину тарифа, при которой в равновесии ровно этот объем и будет произведен.

При $X < 60$ в стране не будет безработицы и поэтому увеличение производства Икса (движение в сторону решения, максимизирующего число комплектов) будет увеличивать благосостояние. Поэтому оптимальное значение X не меньше 60.

Из решения пункта б) мы знаем, что количество потребленных комплектов при производстве $X > 60$ единиц Икса равно $30 + X/2 - X^2/480$. При этом количество безработных единиц труда составит $240 - X - 2 \cdot (120 - X^2/120) = X^2/60 - X$. Таким образом, общественное благосостояние с учетом потерь от безработицы составит

$$W(X) = 30 + X/2 - X^2/420 - \frac{1}{10}\left(X^2/60 - X\right) = 30 + 0{,}6X - \left(\frac{1}{480} + \frac{1}{600}\right)X^2.$$

Графиком функции $W(X)$ является парабола с ветвями вниз, и ее максимум достигается в вершине

$$X^{\star} = \frac{0{,}3}{\frac{1}{480} + \frac{1}{600}} = \frac{120 \cdot 0{,}3}{1/4 + 1/5} = \frac{36}{9/20} = 80 \geqslant 60.$$

Таким образом, оптимальный тариф должен быть таким, чтобы производители произвели 80 единиц Икса. Величину этого тарифа можно найти двумя способами.

Способ 1. Альтернативные издержки при $X = 80$ равны $X/60 = 80/60 = 4/3$. Равновесие же устанавливается таким образом, чтобы альтернативные издержки равнялись пропорции обмена, которую «чувствуют» экономические агенты (с учетом тарифа). Значит, должно быть выполнено $2(1 - t) = 4/3$, откуда $t = 1/3$.

Способ 2. Найдем, сколько единиц будет производиться в стране при пропорции обмена $1 : (2(1 - t))$, решив задачу, аналогичную пункту б). Страна будет экспортировать Δ единиц Икса, где Δ удовлетворяет уравнению $(Y(X) + 2(1 - t)\Delta)/(X - \Delta) = 2$, откуда $\Delta = (2X - Y(X))/(2 + 2(1 - t))$. Итоговое потребление комплектов равно

$$X - \Delta = \begin{cases} \frac{120}{2+2(1-t)} + \frac{2(1-t)-1/2}{2+2(1-t)}X, & X < 60; \\ \frac{120-X^2/120}{2+2(1-t)} + \frac{2(1-t)}{2+2(1-t)}X, & 60 \leqslant X \leqslant 120. \end{cases}$$

Необходимо установить значение t такое, что эта функция максимальна при $X = 80$.

Значит, $X = 80$ должно находиться в вершине параболы, соответствующей случаю $X \geqslant 60$. Абсцисса этой вершины равна $120(1 - t)$, и значит, $120(1 - t) = 80$, откуда $t = 1/3$. При этом можно проверить, что при $t = 1/3$ количество комплектов возрастает по X при $X < 60$, так что $X = 80$ действительно является максимумом с учетом обоих участков.

Решение 2. Как уже было отмечено ранее, независимо от величины тарифа, фактическая пропорция обмена для страны в целом (с учетом внешнеторговых операций государства) будет, как и раньше, 2:1. Заметим, что на мировом рынке Икс стоит $2p$ ден. ед., а Игрек — p ден. ед. (что как раз соответствует пропорции обмена $1 : 2$). Таким образом, если страна произведет $x^{\star}$ единиц товара Икс и $y^{\star}$ единиц товара Игрек, то *вне зависимости от ставки налога* суммарное число потребленных комплектов составит $K = (2x^{\star} + y^{\star})/4$. Государство и население преследуют одни интересы: максимизация числа потребляемых комплектов! Поскольку весь собранный налог на импорт возвращается потребителям, то фактически все средства, которые можно было бы выручить на мировом рынке при производстве $x^{\star}$ единиц товара Икс и $y^{\star}$ единиц товара Игрек, в совокупности будут потрачены на приобретение максимально возможного числа комплектов.

При $X < 60$ в стране не будет безработицы и поэтому увеличение производства Икса (движение в сторону решения, максимизирующего число комплектов) будет увеличивать благосостояние. Следовательно, оптимальное значение X не меньше 60. В таком случае количество безработных будет равно $240 - x^\star - 2y^\star$, а общественное благосостояние

$$W(X) = K - 0{,}1U = \frac{2x^\star + y^\star}{4} - 0{,}1(240 - x^\star - 2y^\star) = 0{,}6x^\star - 0{,}45y^\star - 24$$

Тогда, решая задачу аналогично пункту **б)**, найдем, сколько единиц будет производиться в стране при пропорции обмена $1 : (2(1 - t))$:

$x^\star = 120(1 - t)$ единиц товара Икс и $y^\star = 240t - 120t^2$ единиц товара Игрек.

С учетом налога общественное благосостояние будет равно

$$W(X) = 0{,}6 \times 120(1 - t) + 0{,}45 \times (240t - 120t^2) - 24$$

и достигает максимального значения при $t = 1/3$.

Содержательно введение тарифа скажется на экономике следующим образом. Поскольку импортный Игрек станет менее доступен, производство отечественного (трудоемкого) Игрека увеличится, в результате чего безработица сократится. При этом частично международная торговля сохранится, что позволит стране продолжать получать часть выгод от специализации.

Примечания:

- Если бы изъятый Игрек уничтожался, введение тарифа все равно могло бы повысить общественное благосостояние. В качестве упражнения найдите величину тарифа, которая максимизирует благосостояние в этом случае. (Конечно, сама максимальная величина благосостояния должна получиться меньше, чем в пункте г).)
- Предпосылка о том, что «экономика работает так, чтобы максимизировать количество комплектов» будет выполняться, например, при следующих условиях: (1) На мировом рынке Икс стоит $2p$ ден. ед., а Игрек — p ден. ед. (что как раз соответствует пропорции обмена $1 : 2$); (2) Все рынки совершенно-конкурентные и нет транспортных расходов, так что цены внутри страны равны мировым ценам; (3) Объемы производства выбираются так, чтобы суммарная выручка производителей была максимальна при данных ценах; (4) Вся выручка производителей обращается в доходы потребителей; (5) Потребители полностью тратят доход на покупку комплектов. В этой интерпретации прямые l_1, l_2 и l_3, изображенные на рисунке, будут одновременно являться линиями одинаковой выручки и бюджетными ограничениями потребителя.
- Для полноты картины можно рассчитать величину общественного благосостояния. При полном запрете торговли благосостояние равно 48. При полной либерализации торговли оно также равно 48 При введении оптимального тарифа оно составит $W(80) = 54$.

Схема оценивания

а) Максимум 8 баллов. Из них:

- 3 балла: верное обоснование расположения каждой из трех ключевых точек на КПВ оценивается в 1 балл.
- 2 балла: верное обоснование и изображение каждого из двух ключевых участков КПВ оценивается в 1 балл.
- 2 балла за верный поиск комплекта, который будет потребляться в стране.
- 1 балл за верный поиск уровня безработицы.

б) Максимум 8 баллов. Из них:

- 1 балл за верный пример любого доступного в условиях открытой торговли набора товаров, который лучше для страны, чем потребляемый в пункте а) набор.
- 1 балл за верное обоснование того, что оптимальный в условиях международной торговли набор находится не на линейном участке КПВ.
- 3 балла за верный поиск оптимального объема производства в условиях открытой экономики.
- 1 балл за верный поиск комплекта, который будет потребляться в условиях открытой экономики.
- 2 балла за верный поиск уровня безработицы.

в) Максимум 2 балла. Из них:

- 1 балл за составление верного неравенства, описывающего сравнение благосостояния страны в отрытой и закрытой экономиках.
- 1 балл за верно найденное значение $c_{\min}$.

г) Максимум 12 баллов. Из них:

- 2 балла за верный поиск объема производства товара Икс при любой произвольной ставке налога.
- 2 балла за верный поиск объема производства товара Игрек при любой произвольной ставке налога.
- 3 балла за верный поиск потребляемого в условиях свободной торговли набора и числа безработных для любой произвольной ставки налога при условии отсутствия трансферта.
- 3 балла за верный поиск государственного трансферта и потребляемого в условиях свободной торговли набора для любой произвольной ставки налога при условии возврата налога потребителям в виде трансферта.
- 2 балл за верное выражение для функции благосостояния и поиск налога, максимизирующего благосостояние.
- Если в решении этого пункта отсутствовал верный поиск максимального количества потребляемых комплектов, но имели место рассуждения о том, при каких значениях ставки налога страна будет осуществлять импорт товара Игрек, увеличивая свое благосостояние, то участнику выставлялся 1 балл.

Задача 5. Оптимальная цена при неизвестном спросе

Некоторая фирма-монополист хотела бы установить цену, максимизирующую выручку, однако функция спроса $D(p)$ известна фирме лишь примерно (что соответствует реальности для большинства фирм). А именно, фирма знает, что для каждой цены $p \in [0; 26]$ выполнено

$$24 - p \leqslant D(p) \leqslant 26 - p,$$

а также что при $p > 26$ спрос равен нулю. Другой информации о функции спроса нет. В частности, она необязательно линейна.

Какие значения может принимать цена, при которой выручка фирмы максимальна?

Решение

Если бы функция спроса проходила по нижней границе $24-p$, оптимальная цена равнялась бы 12, а если по верхней границе $26-p$, то 13. Поэтому естественно предположить, что оптимальная цена может принимать лишь значения от 12 до 13. В действительности, это не так.

Обозначим истинную функцию выручки за $TR(p) = p \cdot D(p)$. Нам известно, что $p(24-p) \leqslant TR(p) \leqslant \leqslant p(26-p)$. До нижеприведенного решения можно додуматься, если построить графики функций $p(24-p)$ и $p(26-p)$ (см. рис. 5.1) и попытаться вписывать разные графики $TR(p)$ между этими двумя параболами.

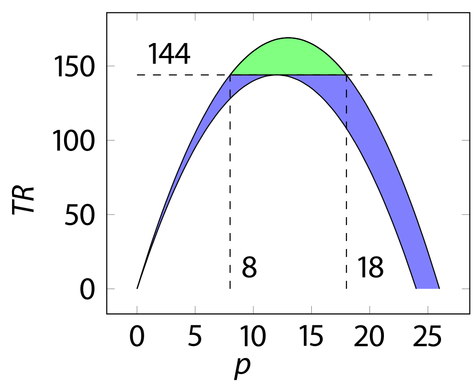


Рисунок 5.1. Допустимые значения максимума

Докажем, что оптимальная цена $p^{\star}$ не может быть меньше 8. Действительно, назначая цену $p < 8$, фирма в лучшем случае получит выручку $p(26 - p) < 8 \cdot (26 - 8) = 144$. Если же фирма назначит цену 12, она получит не меньше, чем $12 \cdot (24 - 12) = 144$. Значит, любая цена, меньшая 8, не может быть оптимальна.

Аналогично, если фирма назначит цену $p > 18$, она в лучшем случае получит выручку $p(26 - p) < 18 \cdot (26 - 18) = 144$. Если же фирма назначит цену 12, она получит не меньше, чем $12 \cdot (24 - 12) = 144$. Значит, любая цена, большая 18, не может быть оптимальна.

Наконец, покажем, что любая цена из отрезка $[8; 18]$ может быть оптимальной для какой-то функции спроса $D(p)$, удовлетворяющей условию. Вообще говоря, для каждой цены $\tilde{p} \in [8; 18]$ можно привести «свой» пример функции спроса $\tilde{D}(p)$, такой, что $\tilde{p}$ является оптимальной ценой при спросе $\tilde{D}(p)$. Однако в данной задаче существует единый пример, который покрывает сразу все цены из отрезка $[8; 18]$. Рассмотрим функцию спроса

$$\hat{D}(p) = \begin{cases} 26 - p, & \text{если } p < 8; \\ 144/p, & \text{если } 8 \leqslant p < 18; \\ 26 - p, & \text{если } 18 \leqslant p < 26; \\ 0, & \text{если } p \geqslant 268. \end{cases}$$

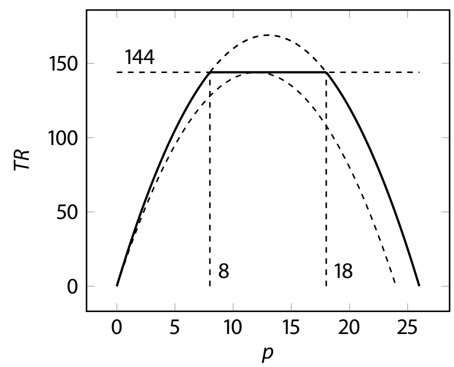


Рисунок 5.2. Пример функции выручки с максимумами во всех точках отрезка $[8, 18]$

Легко проверить, что $24 - p \leqslant \hat{D}(p) \leqslant 26 - p$ и при этом для данной функции спроса оптимальными являются все цены от 8 до 18 (см. рис. 5.2).

Ответ: $8 \leqslant p^\star \leqslant 18$.

Схема оценивания

Вся задача была разбита на две части: доказательство того, что точка $p^\star$ не может лежать вне отрезка $[8, 18]$ («необходимость») и доказательство того, что любая точка из этого отрезка может быть реализована как точка максимума выручки для некоторой функции спроса. За каждую из частей можно было набрать по **15 баллов**. Также можно было получить промежуточные баллы за частичные продвижения в правильном направлении.

- **K0** Ответ $[12, 13]$ (предположили, что спрос линеен, или продифференцировали неравенство или ещё что-то подобное): **0 баллов**.
- **K1** Доказательство того, что обязательно $p^\star \in [8, 18]$: **15 баллов всего**.
  - **K1.1** Соображение о том, что при любой функции $D(p)$, удовлетворяющей условию, максимум $pD(p) \geqslant 144$: **5 баллов**. Эти баллы ставились в том случае, когда в целом решение двигалось в правильном направлении: в частности, этот критерий не применялся в тех решениях, которые приходили к ответу $[12, 13]$, поскольку они были фундаментально неверными.
  - **K1.2** Проанализирован случай, когда взято максимально возможное D, составлено и решено уравнение $p(26-p) = 144$, но не поясняется, почему нужно было брать именно такое D: **5 баллов**

- **К2** Построен универсальный пример или семейство примеров, обслуживающее весь отрезок $[8, 18]$: **15 баллов всего**.
  - **К2.1** Пример, обслуживающий более одной, но не все возможные точки: **5 баллов**
  - **К2.2** Построен пример функции $D(p)$, но не доказано, что максимум функции спроса принимается именно там, где надо: **10 баллов**
- Штрафы
  - **Ш1** Построена функция $TR(p)$, но ничего не сказано о том, как из неё получить функцию спроса $D(p)$: **-3 балла**.
  - **Ш2** Несущественные арифметические ошибки: **-2 балла**.