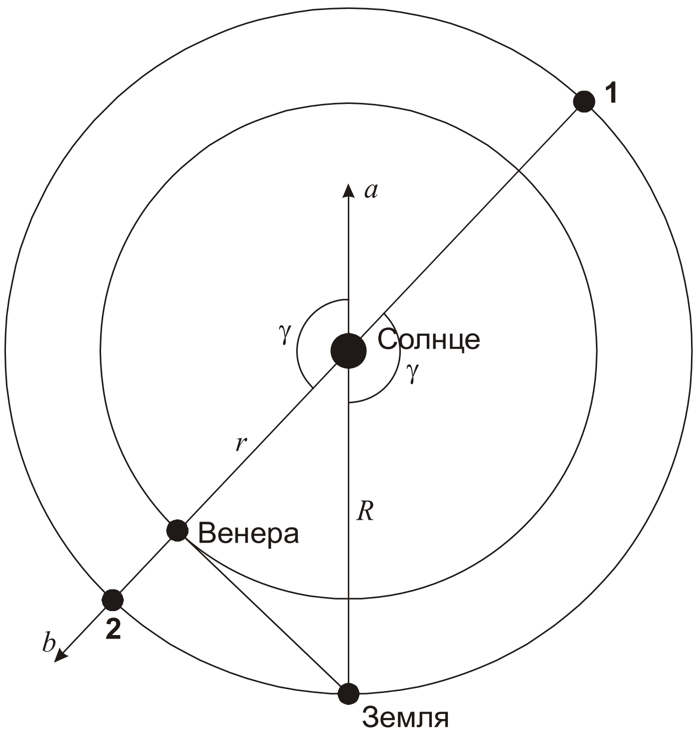
2. Решения заданий Регионального этапа и система оценивания каждого задания.

9 класс

1. Условие. 12 января 2017 года состоялась наибольшая восточная элонгация Венеры. В каком созвездии была бы видна в этот день Венера, если бы мы наблюдали ее из ближайших окрестностей Солнца? Орбиты планет считать круговыми и лежащими в плоскости эклиптики.

1. Решение. Изобразим положение Солнца, Венеры и Земли со стороны северного полюса эклиптики в указанный момент.



В данной проекции планеты движутся вокруг Солнца против часовой стрелки. Коль скоро Венера находится в наибольшей восточной элонгации, линия, проведенная от Земли к Венере, касается орбиты последней восточнее (левее) Солнца. Направление, в котором находится Венера при наблюдении с Солнца (обозначено буквой *b* на рисунке), образует угол γ с направлением, в котором само Солнце видно с Земли (буква *a* на рисунке). Этот угол равен

$$\gamma = 180^{\circ} - \arccos\frac{r}{R} = 136^{\circ}.$$

Здесь радиусы орбит Венеры и Земли обозначены как r и R. В искомом направлении b Солнце при наблюдении с Земли окажется, когда Земля пройдет по своей орбите дугу γ и окажется в положении 1 на рисунке. В случае движения по кругу Земле для этого потребуется время

$$t = T\frac{\gamma}{360^{\circ}} = 138 \text{ сут.}$$

В итоге мы получаем, что Солнце будет видно с Земли в направлении b 30 мая. Это направление соответствует созвездию Тельца.

Этот ответ можно получить и другими способами. В частности, можно указать, что угол $180°-\gamma = 44°$ Земля проходит за 45 дней. За такой промежуток времени до текущей ситуации, то есть 28 ноября, Земля находилась в положении 2 на рисунке, и искомая точка неба была в противостоянии с Солнцем. В этот день само Солнце находится в созвездии Скорпиона, а искомая точка – в созвездии Тельца.

Еще одно свойство этой точки – она располагается в 90° к востоку от текущего положения Венеры в небе Земли (созвездие Водолея), а сама Венера находится в 46° от Солнца. Тем самым, искомое направление оказывается в 136° к востоку от Солнца вдоль эклиптики.

1. Система оценивания. Решение задачи предполагает правильное понимание взаимного расположения Солнца, Венеры и Земли. Оно может быть изложено в виде рисунка или текстового описания и оценивается в 3 балла. Правильное численное определение направления, в котором Венера видна со стороны Солнца, оценивается в 3 балла. Оно может быть задано либо как направление на Солнце со стороны Земли в конце мая, либо как направление на точку, противоположную Солнцу в конце ноября, либо как направление в 90° к востоку от Венеры. Последние 2 балла выставляются за правильное указание созвездия.

В случае неверного выполнения какого-либо этапа решения и неправильного ответа, последующие этапы могут быть оценены, если они выполняются правильно. В частности, если участник олимпиады путает западную и восточную элонгацию Венеры, но при этом верно производит вычисления, получая в итоге созвездие Льва, возможно полное оценивание второго и третьего этапов решения с максимальной оценкой в 5 баллов. Если данное созвездие получается в результате каких-либо других ошибочных рассуждений, оценка определяется верностью выполнения каждого из трех этапов решения.

Если участник олимпиады путает зодиакальное созвездие и зодиакальный знак, указывая в качестве ответа созвездие Близнецов, 2 балла за последний этап решения не выставляются. Если правильный ответ (созвездие Тельца) указывается без обоснования, засчитывается только третий этап решения, и итоговая оценка не может превышать 2 балла.

2. Условие. Кто совершает один оборот вокруг оси Сатурна быстрее и во сколько раз – сам Сатурн или его кольцо? Радиус кольца Сатурна считать равным 112 500 км.

2. Решение. Период осевого вращения Сатурна составляет 10.7 часов. Для того, чтобы определить период вращения кольца, учтем, что оно состоит из отдельных частей, двигающихся вокруг планеты в соответствии с законом всемирного тяготения. Период можно определить непосредственно из этого закона, приравняв угловое ускорение элемента кольца к ускорению силы тяжести:

$$\frac{v^2}{R} = \frac{GM}{R^2}; \quad v = \sqrt{\frac{GM}{R}}.$$

Здесь R – радиус кольца, M – масса Сатурна, v – орбитальная скорость кольца. Фактически, мы получили выражение для первой космической скорости. Орбитальный период кольца составит:

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi R^{3/2}}{\sqrt{GM}}.$$

Последнее уравнение является ни чем иным, как обобщенным III законом Кеплера. Можно применить и его более простую форму, сравнив кольцо с каким-либо спутником Сатурна:

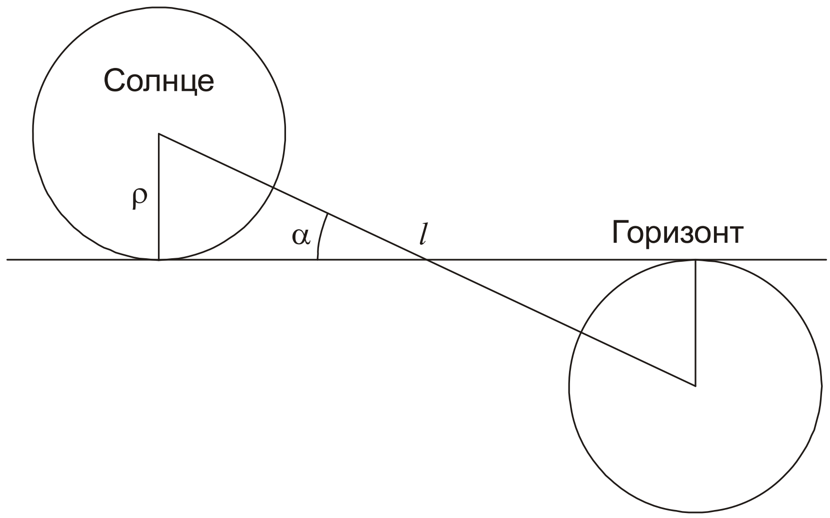
$$T = T_0 \cdot \left(\frac{R}{R_0}\right)^{3/2}.$$

Здесь R_0 и T_0 – радиус орбиты и период обращения спутника Сатурна (например, Титана). Используя любую из этих формул, мы получаем, что период обращения кольца составляет 10.7 часа, то есть с точностью до 1% периоды осевого вращения Сатурна и его кольца совпадают.

2. Система оценивания. Основой решения задачи является определение периода осевого вращения кольца Сатурна. Он может быть вычислен на основе закона всемирного тяготения, простого или обобщенного III закона Кеплера. Каждый из этих подходов считается правильным и при условии верного выполнения оценивается в 6 баллов. В случае неверных численных расчетов, но правильной физической основы, из этих 6 баллов выставляется от 2 до 5, в зависимости от степени неточности. Последние 2 балла ставятся за формулировку ответа. Указание на отличие периодов в пределах 1-2% не считается ошибкой и на оценку не влияет.

3. Условие. Любитель астрономии, не двигаясь по поверхности Земли, заметил, что заход Солнца за горизонт продолжался ровно 3 минуты. В каком географическом районе России он находился? Орбиту Земли считать круговой, атмосферной рефракцией пренебречь.

3. Решение. Изобразим участок суточного пути Солнца, соответствующий его заходу.



Если предположить, что Солнце находится на небесном экваторе, то длина дуги l, пройденная им за время захода, выраженная во временной мере, соответствует длительности захода t. Если же Солнце имеет склонение δ, то оно в своем суточном движении перемещается по малому кругу небесной сферы, длина которого относится к длине небесного экватора как $\cos\delta$. Тогда длина дуги, пройденная Солнцем за время захода, равна

$$l = t\cos\delta.$$

Во время захода Солнце движется под углом α к горизонту. Когда Солнце находится на небесном экваторе, этот угол максимален и равен ($90°–|\varphi|$), где φ – широта места. Для звезд, которые касаются горизонта в точках севера или юга такой угол, очевидно, равен нулю. Значит, когда Солнце не находится на небесном экваторе, его угол захода меньше, чем ($90° - |\varphi|$). Можно записать неравенство

$$\alpha \leq 90° - |\varphi|.$$

Учитывая, что дело происходит в России, в северном полушарии, знак модуля у широты можно опустить. Равенство будет достигаться, если Солнце располагается на небесном экваторе. Угол α связывает длину пути Солнца во время его захода и угловой радиус Солнца ρ:

$$\rho = \frac{l \sin\alpha}{2}.$$

Отсюда мы получаем:

$$\sin\alpha = \frac{2\rho}{l} = \frac{2\rho}{t\cos\delta} \geq \frac{2\rho}{t}.$$

Угол α лежит в интервале от 0 до 90°, его синус – возрастающая функция. Для широты места справедливо неравенство:

$$\varphi \leq 90^{\circ} - \alpha \leq 90^{\circ} - \arcsin\frac{2\rho}{t} = \arccos\frac{2\rho}{t}.$$

Угловой радиус Солнца можно определить, зная размер Солнца R и расстояние до него L (орбита Земли считается круговой):

$$\rho\ (\text{радиан}) = R/L.$$

Он равен 0.266° или 1.064 мин. Получаем, что широта места наблюдения не превышает 45°, но может быть несколько меньше. На территории России эта параллель проходит только по самым южным районам – Крымскому полуострову, Северному Кавказу и Приморскому краю (с Курильскими островами).

Задание может быть оформлено в терминах равенств, если с самого начала сказать, что самым быстротечным заход Солнца будет в момент равноденствий и дальше рассматривать данный случай.

3. Система оценивания. Для решения задачи участники должны получить величину длины дуги, пройденной Солнцем за заданную длительность захода (1 балл), связь этой длины с угловыми размерами Солнца и углом между суточным путем и горизонтом (2 балла) и связь этого угла с широтой (2 балла). Данные этапы можно выполнять в произвольном порядке как в виде неравенств, так и в виде равенств для случая равноденствий. В последнем случае участники должны указать, что равноденствие соответствует самому быстрому заходу Солнца. Если расчет идет только для момента равноденствий без обоснования того, что в этом случае заход будет самым быстрым, то итоговая оценка уменьшается на 1 балл.

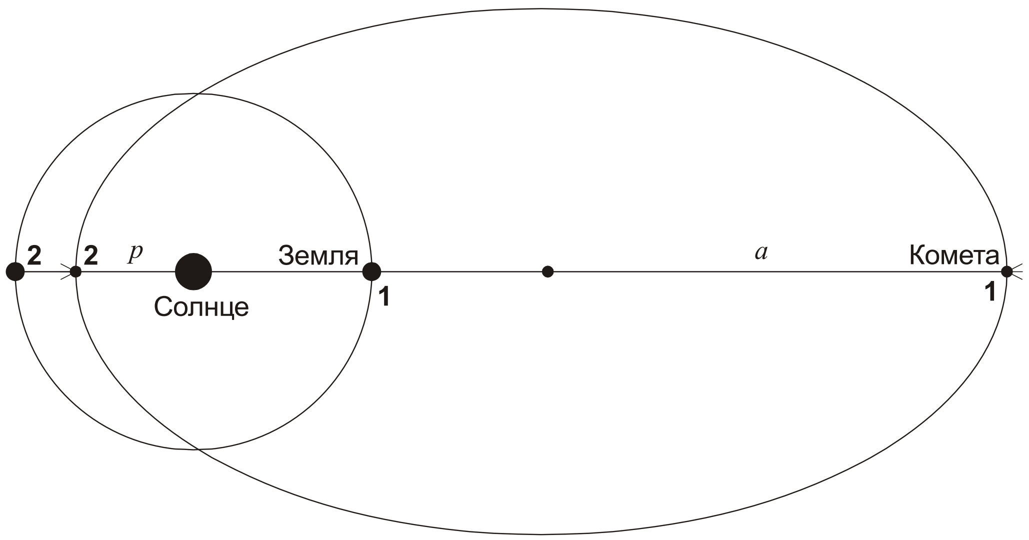
Вычисление широты места оценивается в 2 балла. Последний 1 балл выставляется за указание районов России, где может выполняться условие задачи. Перечисление всех регионов РФ не является обязательным, достаточно указать три географические области – Крым, Северный Кавказ и юг Дальнего Востока. При неполном указании этих областей итоговая оценка не может превышать 7 баллов.

4. Условие. Короткопериодическая комета, находящаяся в афелии своей орбиты, вступает в противостояние с Солнцем, располагаясь в плоскости эклиптики. Возможно ли будет увидеть ее в местную полночь на средних широтах во время ближайшего прохождения перигелия орбиты, если большая полуось орбиты равна 2.92 а.е., а эксцентриситет – 0.80? Чему будет равно расстояние между Землей и кометой в момент прохождения перигелия? Орбиту Земли считать круговой.

4. Решение. Для ответа на вопрос задачи необходимо определить, какое взаимное положение займут Земля, Солнце и комета в момент прохождения последней перигелия. В начальный момент времени эти три тела располагаются на одной линии, причем Земля находится в между Солнцем и кометой (положение 1 на рисунке). Точку перигелия своей орбиты комета достигнет через половину своего орбитального периода. Отрезок времени между афелием и перигелием можно определить из III закона Кеплера

$$T(годы) = \frac{a^{3/2}}{2} = 2.5.$$

Здесь a – большая полуось орбиты кометы в астрономических единицах. К моменту, когда комета будет проходить перигелий, Земля совершит 2.5 оборота и окажется в противоположной точке своей орбиты по отношению к своему начальному положению. Необходимо выяснить, как будет расположена комета. Поскольку точки перигелия и афелия располагаются на одной прямой, то, раз в афелии комета находилась в плоскости эклиптики, то и в перигелии она также будет в этой плоскости, вне зависимости от того, как наклонена её орбита. Причем, все три тела опять окажутся на одной линии, Земля и комета будут вновь с одной стороны от Солнца (положение 2 на рисунке). Определим перигелийное расстояние кометы:



$$p = a\,(1 - e) = 0.58 \text{ а.е.}$$

Расстояние перигелия планеты меньше астрономической единицы. Комета располагается в плоскости эклиптики ближе к Солнцу, чем Венера. Это уже само по себе означает, что комета, как и Венера, не будет видна в полночь в средних широтах. К тому же, комета будет находиться между Землей и Солнцем и окажется на небе в нижнем соединении с ним. Отсюда делаем вывод, что расстояние от Земли до кометы составит 0.42 а.е.

4. Система оценивания. Первым шагом решения задачи является определение начального положения Солнца, Земли и кометы (1 балл). Второй этап решения связан с определением взаимного положения этих объектов во время прохождения кометой перигелия. Этот этап оценивается в 3 балла, из которых 1 балл ставится за указание, что это произойдет через половину орбитального периода кометы, 1 балл – за вычисление этого времени по III закону Кеплера, и еще 1 балл – за правильное определение положения Земли в момент перигелия кометы. Если за время перелета принимается не половина, а полный период обращения кометы, то все 3 балла за второй этап решения не выставляются.

Вычисление перигелийного расстояния кометы оценивается в 2 балла. Далее, 1 балл ставится за вывод о том, что комета не будет видна в полночь с Земли и 1 балл – за определение расстояния до кометы. Вывод о невидимости кометы в момент перигелия без достаточных обоснований оценивается в 1 балл.

Участники могут сразу получить величину перигелийного расстояния кометы (0.58 а.е.) и сделать вывод о том, что комета не будет видна в полночь в небе средних широт. Такой вывод считается обоснованным и оценивается в те же 3 (2+1) балла. Однако, для определения расстояния между Землей и кометой им нужно будет провести первые два этапа решения, оцениваемые в 4 балла, и найти само расстояние (1 балл).

5. Условие. Оцените видимую звездную величину Млечного Пути при наблюдении из Большого Магелланова Облака, считая, что наша Галактика состоит из 250 млрд звезд, похожих на Солнце. Расстояние до Большого Магелланова Облака составляет 163 тыс. световых лет. Абсолютную звездную величину Солнца (его звездную величину с расстояния 10 пк) считать равной 5^m. Межзвездным поглощением света пренебречь.

5. Решение. В одном парсеке содержится 3.26 световых года. Выражая расстояние до Большого Магелланова облака в этих единицах, получаем 50 кпк. Это в 5000 раз больше, чем 10 пк. Поэтому каждая звезда нашей Галактики, похожая на Солнце, будет выглядеть в $(5000)^2$ или в 25 миллионов раз слабее звезды 5^m. Но самих звезд много – 250 миллиардов. В результате, Галактика окажется в 10000 раз ярче, чем Солнце с расстояния 10 пк. Эта разница соответствует 10 звездным величинам. Звездная величина Млечного Пути составит

$$5^m - 10^m = -5^m.$$

5. Система оценивания. Правильный перевод световых лет в парсеки (или наоборот) оценивается в 1 балл. Указание на то, что видимый блеск объектов обратно пропорционален квадрату расстояния (численно или в виде формулы), оценивается в 2 балла. Вывод о том, что суммарный блеск звезд пропорционален их количеству (численно или в виде формулы), оценивается в 1 балл.

Второй этап решения заключается в переводе отношения блесков в звездные величины. Это можно сделать, как указано в решении или с помощью формулы Погсона. За правильное вычисление разницы между абсолютной звездной величиной Солнца и видимой звездной величиной Млечного Пути выставляется 3 балла. За правильный итоговый ответ выставляется ещё 1 балл. В случае, если формула Погсона написана верно, но допущена ошибка в вычислениях, суммарная оценка за второй этап решения составляет не более 2 баллов.

6. Условие. В таблице приведены координаты и моменты верхней кульминации некоторых звезд (прохода через небесный меридиан текущей точки наблюдения) по Всемирному времени и их высоты в эти моменты, измеренные двигающимся наблюдателем в некоторый вечер. Считая движение наблюдателя по поверхности Земли равномерным и прямолинейным (без поворотов), определите направление и величину его скорости.

Звезда	Прямое восхождение	Склонение	Время кульминации, UT	Высота (юг)
Вега (α Лиры)	18ч 37м	+38° 47′	21ч 00м	+80° 17′
Альтаир (α Орла)	19ч 51м	+08° 52′	22ч 20м	+50° 22′
Денеб (α Лебедя)	20ч 41м	+45° 17′	23ч 14м	+86° 47′

6. Решение. Нам известны высоты всех трех звезд в верхней кульминации, а также то, что все они наблюдались южнее зенита. Это позволяет определить значение широты места расположения наблюдателя в моменты наблюдения кульминаций:

$$\varphi_i = 90° - h_i + \delta_i = +48.5°.$$

Здесь h – высота светила, δ – его склонение, индекс i принимает значения от 1 до 3. Мы видим, что значение широты для всех трех моментов одинаково. Если смещение наблюдателя по долготе невелико, то можно считать, что прямолинейное движение по поверхности Земли есть просто движение вдоль параллели. Для нахождения его скорости нужно определить соотношение долгот наблюдателя во все три момента. В момент верхней кульминации светила звездное время в точке наблюдения S равно прямому восхождению светила α. Для звездного времени также справедливо соотношение:

$$S = S_0 + \lambda + UT,$$

где λ – долгота места, а S_0 – звездное время, соответствующее средней солнечной полуночи. Величина S_0 меняется медленно (на 4 минуты в день), и при точности регистрации моментов кульминации в 1 минуту мы можем не учитывать ее изменение за 2 часа. Тогда мы можем определить величины

$$\Lambda_i = (S_0 + \lambda)_i = S_i - UT_i.$$

Для трех моментов, указанных в условии задачи, эта величина составляет 21ч37м, 21ч31м и 21ч27м. Для удобства здесь мы добавили к ней 24 часа, чтобы избежать отрицательных значений. Итак, долгота наблюдателя уменьшается на 10 минут за 2 и 1/4 часа или примерно на 4.5 минуты в час. В радианной мере это соответствует 0.020 радиан в час, при этом наблюдатель движется на запад.

К этому выводу можно прийти и другим путем. Пренебрегая разницей между звездными и солнечными сутками, мы можем сказать, что для неподвижного наблюдателя интервал времени между кульминациями звезд равен разнице их прямых восхождений. В этом случае между кульминациями Веги и Альтаира прошло бы 1ч14м, а между кульминациями Альтаира и Денеба – 50 минут. Для двигающегося наблюдателя эти интервалы составили 1ч20м и 54 минуты. Тем самым, движение небесной сферы для него происходит со скоростью 0.925 от ее нормальной скорости. Эти 7.5% и дает движение наблюдателя. Его угловая скорость относительно оси Земли равна 0.075 часа или 4.5 минут в час.

Перемещение наблюдателя невелико, и путь вполне можно считать отрезком прямой линии. Длина дуги параллели γ на широте φ соответствует линейному расстоянию

$$l = R\,\gamma \cos \varphi.$$

Здесь R – радиус Земли. В итоге, скорость составляет примерно 80 км/час. Очевидно, мы не рассматриваем варианты преодоления целой окружности параллели за время порядка одного часа, так как движение со скоростью в несколько километров в секунду по поверхности Земли невозможно.

6. Система оценивания. Первая часть решения состоит в вычислении широты наблюдателя во все три момента и выводе о том, что эта широта постоянна. Этот этап оценивается в 2 балла. Если вывод о постоянной широте не делается, то эти 2 балла не выставляются. Также в этом случае не ставится 1 балл за определение направления движения наблюдателя (последний этап решения). Общая оценка в этом случае не может превышать 5 баллов.

Далее участники должны получить выражение для соотношения долгот трех пунктов (или долготы каждого из них с точностью до постоянного слагаемого), которое оценивается в 3 балла. Вместо этого участники могут получить величину угловой скорости наблюдателя относительно оси Земли или соотношения его линейной скорости к линейной скорости осевого вращения Земли. Каждый из этих способов является правильным.

Вычисление скорости движения наблюдателя оценивается еще в 3 балла. Если при этом ошибочно указано направление движения, как сказано выше, оценка уменьшается на 1 балл. Если при вычислении скорости не был учтен множитель $\cos \varphi$, оценка уменьшается на 2 балла.

При оценивании решения необходимо учитывать, что точность определения угловой и линейной скорости движения наблюдателя в данной ситуации не может быть лучше 10%. Поэтому отклонения ответа от приведенного выше, вызванные округлениями в ходе решения, не могут быть основанием для снижения оценки.

Если участник рассматривает случаи преодоления наблюдателем целой окружности параллели Земли за один час, это не влияет на оценку ни в сторону увеличения, ни в сторону уменьшения. Оценивается лишь правильный вывод основного решения с малой скоростью.