

9 класс

Второй день

- 9.5. Олег нарисовал пустую таблицу 50×50 и написал сверху от каждого столбца и слева от каждой строки по числу. Оказалось, что все 100 написанных чисел различны, причём 50 из них рациональные, а остальные 50 — иррациональные. Затем в каждую клетку таблицы он записал сумму чисел, написанных около её строки и её столбца («таблица сложения»). Какое наибольшее количество сумм в этой таблице могли оказаться рациональными числами?
- 9.6. В остроугольном треугольнике ABC проведены медиана AM и высота BH . Перпендикуляр, восстановленный в точке M к прямой AM , пересекает луч HB в точке K . Докажите, что если $\angle MAC = 30^\circ$, то $AK = BC$.
- 9.7. Выпуклый многоугольник разрезан непересекающимися диагоналями на равнобедренные треугольники. Докажите, что в этом многоугольнике найдутся две равные стороны.
- 9.8. Изначально на стол положили 100 карточек, на каждой из которых записано по натуральному числу; при этом было ровно 43 карточки с нечётными числами. Затем каждую минуту проводилась следующая процедура. Для каждой трёх карточек, лежащих на столе, вычислялось произведение записанных на них чисел, все эти произведения складывались, и полученное число записывалось на новую карточку, которая добавлялась к лежащим на столе. Через год после начала процесса выяснилось, что на столе есть карточка с числом, делящимся на 2^{10000} . Докажите, что число, делящееся на 2^{10000} , было на одной из карточек уже через день после начала.

9 класс

Второй день

- 9.5. Олег нарисовал пустую таблицу 50×50 и написал сверху от каждого столбца и слева от каждой строки по числу. Оказалось, что все 100 написанных чисел различны, причём 50 из них рациональные, а остальные 50 — иррациональные. Затем в каждую клетку таблицы он записал сумму чисел, написанных около её строки и её столбца («таблица сложения»). Какое наибольшее количество сумм в этой таблице могли оказаться рациональными числами?
- 9.6. В остроугольном треугольнике ABC проведены медиана AM и высота BH . Перпендикуляр, восстановленный в точке M к прямой AM , пересекает луч HB в точке K . Докажите, что если $\angle MAC = 30^\circ$, то $AK = BC$.
- 9.7. Выпуклый многоугольник разрезан непересекающимися диагоналями на равнобедренные треугольники. Докажите, что в этом многоугольнике найдутся две равные стороны.
- 9.8. Изначально на стол положили 100 карточек, на каждой из которых записано по натуральному числу; при этом было ровно 43 карточки с нечётными числами. Затем каждую минуту проводилась следующая процедура. Для каждой трёх карточек, лежащих на столе, вычислялось произведение записанных на них чисел, все эти произведения складывались, и полученное число записывалось на новую карточку, которая добавлялась к лежащим на столе. Через год после начала процесса выяснилось, что на столе есть карточка с числом, делящимся на 2^{10000} . Докажите, что число, делящееся на 2^{10000} , было на одной из карточек уже через день после начала.