X/XI.1 НАЗЕМНАЯ ФОТОМЕТРИЯ

Е.Н. Фадеев

Условие. В фокальной плоскости телескопа с диаметром объектива 20 см изображение звезды выглядит в виде равномерно засвеченного пятна диаметром 20 мкм. Установленная в фокальной плоскости ПЗС-матрица фиксирует, что в пятне звезды регистрируется в 40 раз больше квантов света, чем в таком же по площади участке фона. Определить звездную величину звезды и относительное отверстие телескопа. Диаметр атмосферного диска дрожания точечного источника равен 2″, а яркость фона неба составляет 4.5^m с квадратного градуса.

Решение. Звезда – точечный источник. В условии сказано, что из-за влияния атмосферы каждая точка видна в виде диска с угловым диаметром 2″ или 10^{-5} радиан. Линейный диаметр изображения объекта в фокальной плоскости a связан с его угловым размером α по формуле:

$$\alpha = a/f.$$

Здесь f – фокусное расстояние объектива, которое получается равным 2 м. Относительное отверстие – размер апертуры, выраженный в ее фокусных расстояниях (отношение диаметра объектива к фокусному расстоянию), оно равно 1/10 (f/10).

Для ответа на второй вопрос надо заметить, что изображение звезды формируется не только светом звезды, но и фоном. Однако, по условию задачи звезда в 40 раз ярче, поэтому вклад фона в изображение звезды можно не учитывать. С площади диска дрожания звезды, равного $\pi\alpha^2/4$ или $2.4\cdot10^{-7}$ квадратного градуса, фон будет давать звездную величину

$$m = 4.5 - 2.5 \lg 2.4\cdot10^{-7} = 21.$$

Изображение от звезды в 40 (если быть совсем точным, то в 39) раз ярче, что соответствует разнице в 4 звездных величины. Итак, звезда имеет блеск 17^m.

Система оценивания (от одного члена жюри). Решение задачи разбивается на две независимые части, которые могут выполняться в произвольном порядке. Каждая из них оценивается в 4 балла. Одна из них связана с определением относительного отверстия. Для этого необходимо найти фокусное расстояние объектива, что оценивается в 2 балла. Окончательный вывод оценивается еще в 2 балла.

Вторая часть решения связана с вычислением звездной величины звезды. Для этого нужно определить площадь, занимаемую изображением звезды в произвольных единицах, что оценивается в 1 балл. Он не выставляется при отсутствии множителя (π/4) или при сложении радиуса с радиусом кружка Эри (0.7″). Далее находится звездная величина фона с этой площади (2 балла) и, наконец, звездная величина звезды (1 балл). Альтернативный порядок действий предусматривает вычисление звездной величины фона с квадратной секунды (2 балла), звездной величины звезды с квадратной секунды (1 балл) и полной звездной величины звезды (1 балл). Ошибки, сделанные на начальных этапах, могут приводить к снижению оценок за последующие этапы в случае существенного расхождения численного ответа с правильным.

X/XI.3 НЕЙТРИННЫЙ ДЕТЕКТОР

С.Г. Желтоухов

Условие. Оцените длину свободного пробега нейтрино малых энергий в галлии, если нейтринный детектор, содержащий 60 тонн галлия, позволит регистрировать одно низкоэнергетическое солнечное нейтрино в сутки. При превращении четырех протонов в атом гелия выделяется 26.8 МэВ энергии и два нейтрино энергией примерно 0.3 эВ каждое. Плотность галлия составляет 6 г/см^3.

Решение. Пусть один атом галлия взаимодействует с нейтрино в том случае, если оно пролетает на расстоянии не больше r от центра атома. Другими словами, атом «перехватывает» нейтрино площадью $\sigma=\pi r^2$, которая называется эффективным сечением взаимодействия. Если нейтрино за малое время Δt пролетает со скоростью света c путь $\Delta l = c\Delta t$, то малая вероятность его взаимодействия с атомом равна среднему числу атомов в трубке длиной Δl и сечением σ:

$$\Delta P = N\,\sigma\,\Delta l = N\,\sigma\,c\,\Delta t.$$

Здесь N – концентрация атомов. Длина свободного пробега l – такое расстояние, на котором ожидаемое число встреченных атомов достигнет единицы:

$$l = 1\,/\,N\sigma.$$

Пусть на Землю летят солнечные нейтрино с плотностью потока F (количество нейтрино, пролетающее через площадку 1 м^2 за 1 сек, размерность м$^{-2}$сек$^{-1}$). Тогда объемная концентрация нейтрино будет равна

$$n = F / c.$$

Обозначим объем галлиевого детектора как V. В любой момент времени количество нейтрино внутри детектора будет равно nV. Суммарный путь, пройденный всеми этими нейтрино за время T, составит

$$L = n\, V\, c\, T = F\, V\, T.$$

Если за время T фиксируется только одно взаимодействие, значит, суммарный путь L равен длине свободного пробега l, которую нам и нужно найти. Объем детектора есть отношение его массы M к плотности r и составляет 10 м^3 (значение плотности нужно перевести в систему СИ), время T также известно. Остается найти плотность потока нейтрино F.

Самый простой способ сделать это следующий. Нам известно, что за один цикл протон-протонных реакций выделяется энергия

$$E = 2.68 \cdot 10^7 \text{ эВ} = (2.68 \cdot 10^7 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}) \text{ Дж} = 4.29 \cdot 10^{-12} \text{ Дж}.$$

При этом же выделяются два нейтрино. И нейтрино, и энергия Солнца распространяются от Солнца изотропно. В итоге, каждому нейтрино соответствует энергия $E/2$. Зная плотность потока энергии от Солнца на Земле (солнечную постоянную) F_S, мы находим плотность потока нейтрино:

$$F = \frac{F_S}{E/2} = 6.34 \cdot 10^{14} \text{ м}^{-2}\text{с}^{-1}.$$

В итоге, длина свободного пробега оказывается равной

$$L = F\, M\, T / \rho = 5.5 \cdot 10^{20} \text{ м} = 18 \text{ кпк}.$$

Получается, чтобы зафиксировать все солнечные нейтрино, нужен галлиевый детектор с такой же плотностью и размером порядка нашей Галактики! К счастью, для нейтрино высоких энергий вероятность их реакции с веществом сильно возрастает, что облегчает их регистрацию.

Система оценивания (от одного члена жюри). Решение задания разделяется на два основных этапа, которые могут выполняться в разной последовательности. Первый этап состоит в вычислении плотности потока нейтрино вблизи Земли. Она может быть определена как числом, так и математическим выражением, которое подставляется далее для получения окончательного ответа. Плотность потока можно вычислять через солнечную постоянную (как сделано выше), так и через величину полного количества нейтрино, выделяемого Солнцем в единицу времени. Весь этап оценивается в 4 балла. Если при решении делается ошибка в связи светимости и темпа испускания нейтрино (например, в 2 раза в процессе анализа протон-протонной реакции), то за этот этап выставляется только 2 балла, но оставшееся решение оценивается в полной мере. Более грубые ошибки (в частности, как результат неверного перевода единиц величин) могут быть основанием для снижения оценки за этап до 0 баллов.

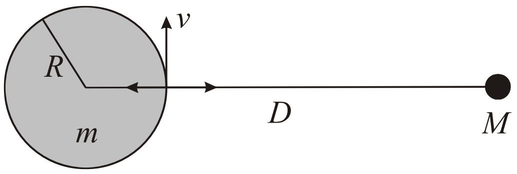
Второй этап решения состоит в связи длины свободного пробега, плотности потока нейтрино и объема детектора. Эта связь может выводиться из разных принципов (в том числе, из принципа размерности). Корректный вывод этой связи оценивается в 3 балла. Наконец, 1 балл выставляется за формулировку ответа. Он ставится только при условии правильного численного значения длины свободного пробега.

X/XI.5 ОПАСНОЕ СБЛИЖЕНИЕ

О.С. Угольников

Условие. Шаровое звездное скопление радиусом 20 пк и массой 400 тысяч масс Солнца пролетает вблизи сверхмассивной черной дыры в центре нашей Галактики с массой 4 миллиона масс Солнца. При каком максимальном расстоянии между центром скопления и черной дырой скопление может начать терять массу? Взаимодействие скопления с другими телами вблизи центра Галактики, кроме черной дыры, и эффекты тесных сближений звезд в скоплении не учитывать.

Решение. Информации, заданной в условии, недостаточно, чтобы в точности воссоздать картину всех явлений, которые произойдут при сближении скопления с черной дырой. Прежде всего, неизвестна скорость, с которой скопление пролетает мимо черной дыры. Если эта скорость невелика, то некоторые звезды скопления могут перейти на орбиту вокруг черной дыры. При большей скорости звезды могут просто покинуть скопление. При еще большей скорости действие поля тяжести черной дыры будет кратковременным, и потеря массы будет возможна только при небольших расстояниях между черной дырой и скоплением. Оценим из общих соображений максимальное расстояние, при котором какие-либо звезды скопления смогут покинуть его под действием черной дыры.



Рассмотрим звезды, расположенные на краю скопления. Они двигаются вокруг его центра либо по вытянутым орбитам, которые можно считать эллиптическими лишь в некотором приближении, либо по круговым орбитам. В первом случае они располагаются вблизи апоцентров своих орбит, и их скорости меньше, чем в случае кругового движения. Итак, максимальная скорость звезды на краю скопления равна ее круговой скорости:

$$v=\sqrt{\frac{Gm}{R}}.$$

Здесь m и R – масса и радиус скопления. Предположим теперь, что на расстоянии D от центра скопления в том же направлении, что и рассматриваемая звезда, располагается черная дыра с массой M. Результирующее ускорение от гравитационных сил, действующих на звезду, будет равно

$$g=\frac{Gm}{R^2}-\frac{GM}{(D-R)^2}=\frac{Gm'}{R^2}.$$

Здесь мы сравниваем его с действием некоторой эффективной массы m’ в центре скопления, которая равна

$$m'=m-\frac{MR^2}{(D-R)^2}.$$

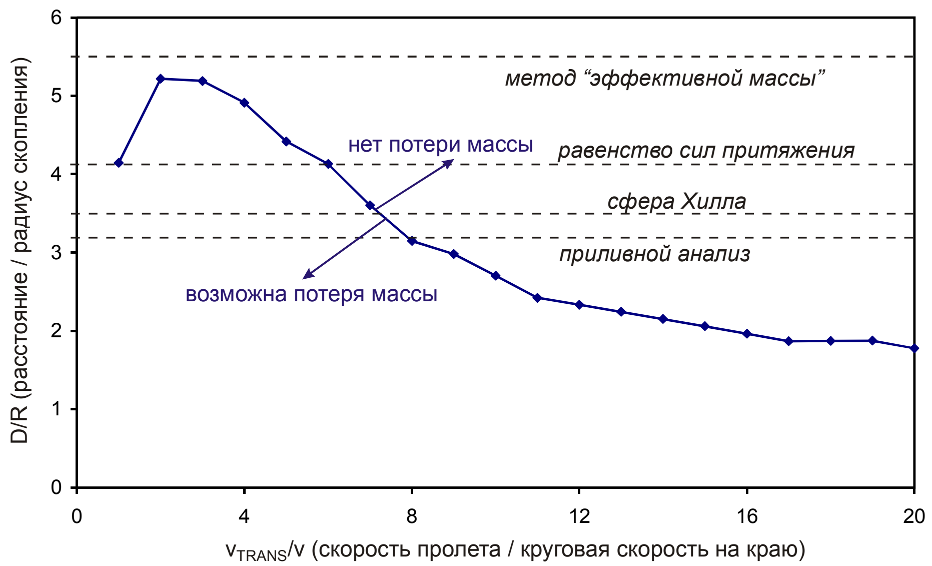
Очевидно, если сила притяжения черной дыры скомпенсирует силу притяжения скопления, и m’ обратится в ноль, звезда может покинуть скопление. Но если действие черной дыры займет некоторое время, звезда может уйти из скопления и при положительной массе m'. Для этого ее скорость должна превысить вторую космическую для этой массы:

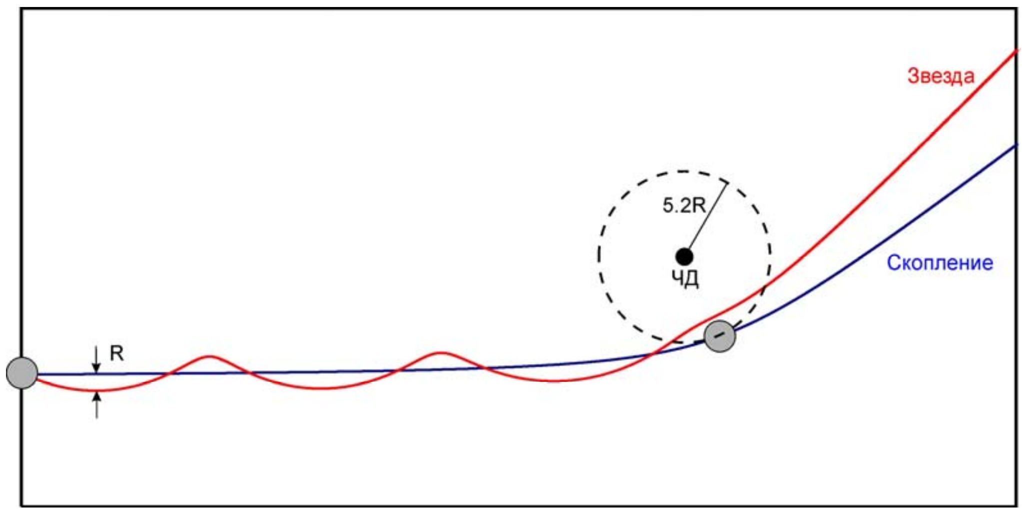
$$v = \sqrt{\frac{Gm}{R}} \geq \sqrt{\frac{2Gm'}{R}}.$$

Отсюда мы получаем:

$$m' \leq m/2; \quad \frac{R^2}{(D-R)^2} \geq \frac{m}{2M}; \quad D \leq R \cdot \left(\sqrt{\frac{2M}{m}} + 1 \right) = 5.5R = 110\ пк.$$

Легче всего покинуть скопление будет звездам, которые в момент сближения будут двигаться относительно центра скопления в ту же сторону, что и черная дыра. Численное моделирование движения звезды в поле двух центров тяжести для разных значений их относительных скоростей показывает, что полученная оценка близка к истине. Если скорость движения скопления относительно черной дыры не очень велика, то небольшое количество звезд могут покидать скопление при его приближении к черной дыре примерно на 5.0 – 5.5 радиусов скопления, в чем можно убедиться из графика. На втором рисунке показаны траектории скопления и покидающей его звезды при наибольшем расстоянии от черной дыры.





Другой способ понять, на каких расстояниях звезда может покинуть скопление – представить притяжение черной дыры как приливную силу. Будем считать, что звезда на краю скопления покинет его, если приливное ускорение (разность ускорений притяжения черной дыры на краю и в центре скопления) будет не меньше ускорения притяжения центра скопления:

$$\frac{GM}{(D-R)^2} - \frac{GM}{D^2} \ge \frac{Gm}{R^2}.$$

Если D существенно превосходит R, то это выражение упрощается:

$$\frac{2GMR}{D^3} \ge \frac{Gm}{R^2}.$$

Отсюда

$$D \le R \cdot \left(\frac{2M}{m}\right)^{1/3} = 2.7R.$$

Мы видим, что предположение $R<<D$ не вполне оправдано. Точный анализ уравнений выше дает ограничение $D \le 3.2R \sim 65$ пк. Близкие значения мы получим, если предположим, что для потери массы внешний край скопления должен попасть во внутреннюю точку Лагранжа системы «черная дыра – скопление». Тогда приближенный анализ дает

$$D \le R \cdot \left(\frac{3M}{m}\right)^{1/3} = 3.1R,$$

а точный численный расчет: $D \le 3.5R$. Величина D оказалась примерно в полтора раза меньше, чем при вычислении первым методом и при численном анализе. Это связано с тем, что «приливной» метод не учитывает возможное движение звезд в скоплении и в большей степени относится к тем звездам, которые в момент сближения с черной дырой будут в апоцентре своих орбит и почти неподвижны относительно центра скопления. Так как в задаче требуется найти максимальное расстояние, при котором скопление начнет терять массу, первый метод является более правильным.

Система оценивания (от одного члена жюри). В задаче не существует единственно точного решения, оценка должна определяться обоснованностью метода, предложенного участником олимпиады, правильностью его математической реализации и адекватностью ответа. Максимальная оценка выставляется, если метод учитывает движение звезд в скоплении и приводит к ответу $D \le 5\text{-}6R$. При этом он не должен базироваться на каком-то известном значении скорости скопления относительно черной дыры и не должен предполагать, что сила притяжения от черной дыры должна превысить силу притяжения от скопления.

При использовании приливного метода определения расстояния или аналогичного метода, не учитывающего движения звезд, максимальная оценка составляет 4 балла при условии правильного ответа ($D \le 3R$). Если участник олимпиады при этом получает большие значения D как следствие ошибок при решении, оценка еще уменьшается в зависимости от характера ошибки. Использование упрощающей модели $R<<D$ в этом случае без проверки ее точности уменьшает оценку еще на 1 балл (максимум – 3 балла).

Если участник олимпиады напрямую сравнивает силы притяжения от скопления и черной дыры, получая в итоге ограничение $D \leq 4.1R$, максимальная оценка также составляет 4 балла.

В случае получения заведомо неверного ответа (максимальное расстояние D меньше $2R$ или больше $10R$) оценка снижается вплоть до нуля вне зависимости от используемого метода.

XI.2 ВУЛКАНИЧЕСКИЙ ХОЛОД

М.И. Волобуева

Условие. В 1815 году на индонезийском острове Сумбава произошло извержение вулкана Тамбора, что привело к катастрофическим последствиям по всему земному шару. В 1816 году средняя температура Земли упала на 0.7°C, а в Европе и Северной Америке заморозки и снег наблюдались даже в июле (так называемый «год без лета»). Оцените, насколько изменилось сферическое альбедо Земли вследствие загрязнения атмосферы вулканическими выбросами, если известно, что сейчас оно составляет 0.306. Считайте, что вклад парникового эффекта в среднюю температуру Земли не изменился.

Решение. Пусть парниковый эффект увеличивает среднюю температуру Земли на некоторую фиксированную величину, т.е. разница между фактической средней температурой T у поверхности Земли и эффективной температурой T_E постоянна и равна ΔT_G. Запишем уравнение теплового баланса для Земли:

$$E\,(1 - A)\,\pi R^2 = 4\pi R^2 \sigma\,(T - \Delta T_G)^4 = 4\pi R^2 \sigma T_E^4.$$

Здесь E – солнечная постоянная, R и A – радиус и альбедо Земли соответственно. После извержения вулкана альбедо Земли увеличится на ΔA, а температура – уменьшится на ΔT. Уравнение примет вид:

$$E\,(1 - (A + \Delta A))\,\pi R^2 = 4\pi R^2 \sigma\,(T - \Delta T - \Delta T_G)^4.$$

Разделив второе уравнение на первое, получаем:

$$\frac{1-(A+\Delta A)}{1-A} = \frac{(T-\Delta T-\Delta T_G)^4}{(T-\Delta T_G)^4};$$

$$1-\frac{\Delta A}{1-A} = \left(1-\frac{\Delta T}{T-\Delta T_G}\right)^4.$$

Учитывая, что изменение температуры мало, по формуле приближенного вычисления получаем

$$1-\frac{\Delta A}{1-A} = 1-\frac{4\Delta T}{T-\Delta T_G} = 1-\frac{4\Delta T}{T_E}.$$

Увеличение альбедо Земли составляет

$$\Delta A = \frac{4\Delta T(1-A)}{T_E} = 4\Delta T(1-A)\cdot\left(\frac{4\sigma}{E(1-A)}\right)^{1/4} = 0.008.$$

Заметим, что задачу можно решать и другим способом, например, приняв, что атмосфера задерживает некоторую фиксированную долю излучения. Тем не менее, выбор модели парникового эффекта мало повлияет на ответ, так как относительное изменение температуры Земли достаточно мало.

Система оценивания (от одного члена жюри). Основой решения задачи является уравнение теплового баланса Земли. Его верная запись оценивается в 2 балла. Если при этом не учитывается поправка за парниковый эффект, то эти 2 балла не выставляются, также не засчитывается балл за окончательный ответ. Если при записи уравнения допускается еще более грубая ошибка, то итоговая оценка еще более снижается.

Определение эффективной температуры Земли (численно или в виде формулы) оценивается в 2 балла при условии обоснований. Запись выражения для изменения альбедо оценивается в 3 балла. При ошибке в знаке изменения альбедо из этих трех баллов выставляется только 1 балл. Если участник не пользуется формулами приближенных вычислений и решает уравнение 4-й степени, то в случае правильности и корректности вычислений оценка не снижается. Вычисление окончательного ответа оценивается в 1 балл при условии учета парникового эффекта и правильности всех вычислений.

XI.4 КРАСНЫЙ СИРИУС

Е.Н. Фадеев

Условие. Предположим, что Сириус вскоре погрузится в плотное облако межзвездной пыли. На сколько упадет его блеск в полосе V, если он станет такого же цвета, как и Арктур? Удельное поглощение в пыли обратно пропорционально длине волны в степени 1.33. Длина волны середины диапазона V – 540 нм, диапазона B – 442 нм. Видимые звездные величины Сириуса и Арктура в полосе V составляют -1.46^m и -0.04^m, показатели цвета 0.00^m и $+1.23^m$ соответственно.

Решение. Как известно, действие поглощения приводит к увеличению звездной величины на некоторую величину *E*, пропорциональную плотности пыли и длине луча света через нее. Определим, как будут соотноситься величины поглощений в полосах B и V при прохождении света через облако пыли:

$$\frac{E_B}{E_V} = \left(\frac{\lambda_B}{\lambda_V}\right)^{-1.33} = 1.305.$$

Отсюда мы можем выразить связь изменения показателя цвета с поглощением в полосе V:

$$\frac{E_{B-V}}{E_V} = \frac{E_B - E_V}{E_V} = 0.305.$$

Если облако пыли настолько плотное, что показатель цвета Сириуса B – V увеличился на 1.23^m, его видимая звездная величина в полосе V должна увеличиться на 1.23/0.305 = 4.03^m. Таким образом, Сириус предстал бы красной звездой с блеском 2.57^m.

Система оценивания (от одного члена жюри). Для решения задачи участники олимпиады должны установить связь между изменением звездной величины в системе V и показателя цвета B – V вследствие межзвездного поглощения. Правильное выполнение оценивается в 5 баллов. Вычисление звездной величины Сириуса в облаке пыли либо его уменьшения из-за пыли (любой из двух вариантов) оценивается в 3 балла.

XI.6 СРЕДИ МНОЖЕСТВА ПАР

О.С. Угольников

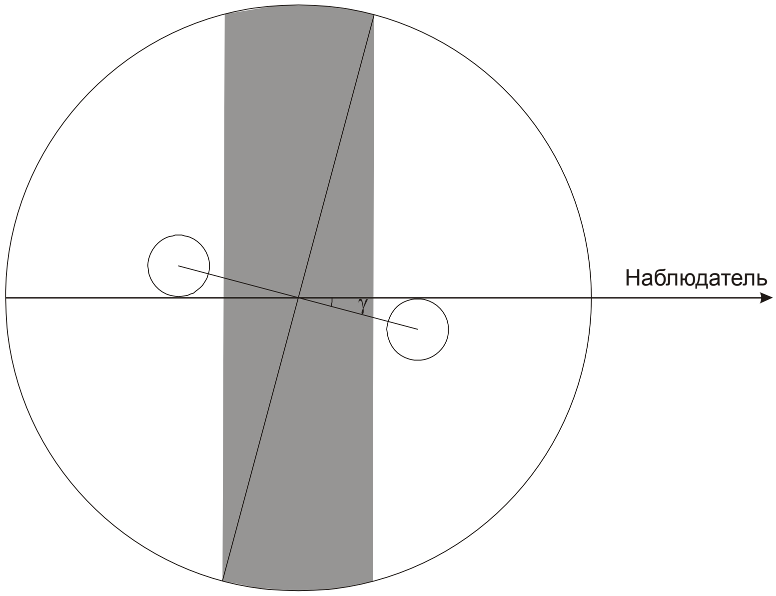
Условие. Предположим, что в нашей Галактике существует особый класс абсолютно одинаковых двойных систем с одинаковыми компонентами, подобными Солнцу, удаленными друг от друга на 1 а.е. и обращающимися по круговым орбитам. Концентрация таких систем в пространстве постоянна (в частности, не зависит от расстояния от плоскости диска Галактики) и равна 0.001 пк$^{-3}$. В Вашем распоряжении имеются обсерватории в северном и южном полушариях Земли. На каждой из них есть фотометр, которому доступны звезды до 15^m, имеющий точность 0.001^m, спектрограф с разрешением 10^5 и предельной величиной 12^m и астрограф с угловым разрешением 0.1″ и предельной звездной величиной 20^m. Сколько таких пар будет открыто как спектрально-двойные? оптические двойные? затменные переменные? Межзвездным поглощением света пренебречь.

Решение. Нам известны характеристики звезд в системе и их орбиты. Но при этом неизвестная ориентация орбит в пространстве, поэтому будем считать ее случайной. Проще всего ориентацию задавать положением оси орбит, которая ориентирована случайно по полусфере.

Проще всего определить количество систем, которые будут открыты как оптические двойные. Вне зависимости от ориентации, в какой-то момент времени отрезок, который соединяет звезды, окажется в картинной плоскости. Его длина составляет 1 а.е., и под углом 0.1″ такой отрезок виден с расстояния 10 пк. Каждая из звезд будет иметь с такого расстояния блеск около 5^m, что более чем достаточно для наблюдений с астрографом. В итоге, разрешить можно будет все системы с концентрацией n внутри сферы с радиусом r_O=10 пк и центром в Солнце. Их количество составит

$$N_O = \frac{4}{3}\pi \cdot r_O^3 n \approx 4.$$

Затменные системы можно зарегистрировать фотометром. Его точность составляет 0.001^m, и мы можем считать, что для регистрации достаточно лишь небольшого частного затмения – видимые диски звезд могут только коснуться друг друга. В этом случае угол между линией, соединяющей центры звезд, и направлением на наблюдателя равен



$$\gamma = \frac{2R}{L} = 0.0094 \text{ рад}$$

или 0.54° (видимый диаметр Солнца с расстояния 1 а.е.). Такие затмения могут наблюдаться, если ось вращения звезд ориентирована на сфере внутри тонкого кольца с угловой шириной 2γ, перпендикулярного направлению к наблюдателю. Вероятность наступления затмений при случайной ориентации оси есть отношение площади этого кольца к площади сферы:

$$P_E = \frac{2\pi \cdot 2\gamma}{4\pi} = \gamma .$$

Помимо этого, двойная система должна быть зафиксирована фотометром. Она состоит из двух звезд солнечного типа, и ее абсолютная звездная величина M равна $+4^m$. Определим расстояние, с которого она будет иметь видимую величину 15^m:

$$\lg r_E = 1 + \frac{m - M}{5}; \quad r_E = 1600 \text{ пк.}$$

Число зафиксированных затменных переменных будет равно

$$N_E = \frac{4}{3}\pi \cdot r_E^3 n \cdot \gamma \approx 1.6 \cdot 10^5.$$

Чтобы определить число спектрально-двойных систем, найдем скорости звезд. Это можно сделать из III закона Кеплера, можно напрямую из закона всемирного тяготения, записав выражение для углового ускорения:

$$\frac{G\mu}{R^2} = \frac{v^2}{R/2}; \quad v = \sqrt{\frac{G\mu}{2R}} = 21 \text{ км/с.}$$

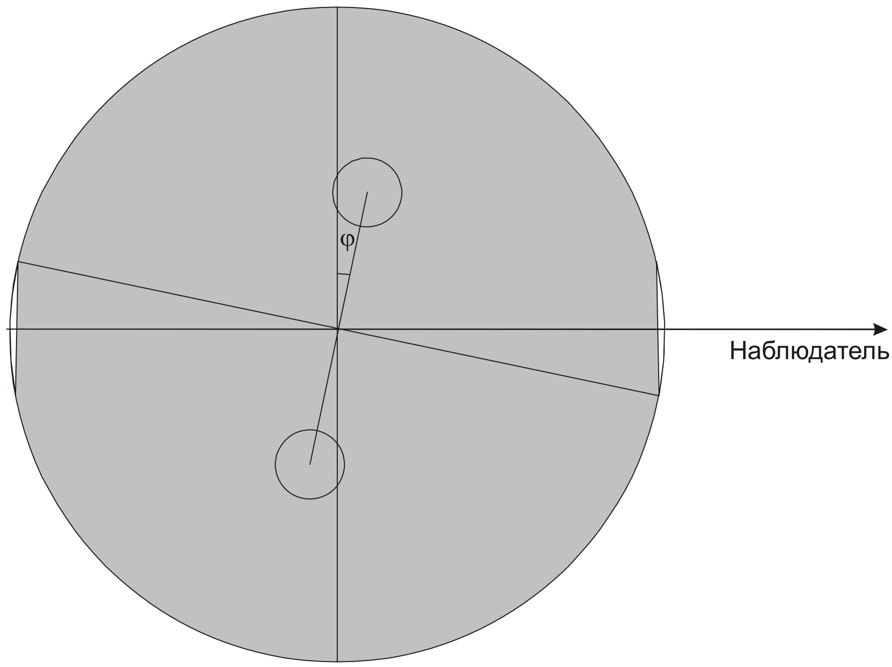
Здесь μ – масса Солнца. Относительная скорость звезд будет еще вдвое больше (42 км/с). Если луч зрения лежит в плоскости орбит, то эта скорость будет приводить к раздвоению спектральных линий на величину

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{2v}{c} = 1.4 \cdot 10^{-4}.$$

Этого вполне достаточно, чтобы зафиксировать эффект спектрографом с разрешением S=10^5. Однако, в общем случае ситуация также зависит от расположения орбиты в пространстве. Если ось направлена к наблюдателю, то лучевых скоростей у звезд системы не будет вовсе. Но таких систем немного. Оси достаточно быть наклоненной к направлению к наблюдателю на угол

$$\varphi = \arcsin\frac{\lambda}{S\Delta\lambda} = 4^{\circ},$$

и у звезд системы появится лучевая скорость, достаточная для обнаружения. В итоге, область благоприятного расположения оси занимает практически всю сферу, что упрощает оценку числа систем:



Для определения числа спектрально двойных систем мы вычисляем расстояние, с которого они будут доступны спектрографу с предельной величиной *m*=12:

$$\lg r_S = 1 + \frac{m - M}{5}; \quad r_S = 400 \text{ пк.}$$

Число зафиксированных спектральных двойных будет равно

$$N_S = \frac{4}{3}\pi \cdot r_S^3 n \approx 2.7 \cdot 10^5.$$

Система оценивания (от одного члена жюри). Задание разбивается на три независимые части, связанные с оценкой наблюдаемых двойных систем разных типов. Наиболее простым является вычисление количества оптических двойных систем, которое оценивается в 2 балла. Они выставляются только при условии точных вычислений и правильного ответа. Если при его формулировке отдельно не оговаривается, что предельная звездная величина астрографа достаточна для фиксации этих двойных, оценка уменьшается до 1 балла.

Вычисление количества затменных переменных оценивается в 3 балла. Если в ходе решения участники олимпиады не учитывают геометрический фактор, и считают, что затменными будут все системы внутри сферы с найденным радиусом, весь этап решения не засчитывается (0 баллов). При оценке угла γ участники олимпиады могут учитывать величину необходимой фазы затмения, строго говоря, отличной от нуля. При правильных вычислениях это не скажется на ответе, и оценка также составляет 3 балла, однако, в случае ошибок она снижается до 2 баллов. Если участник олимпиады правильно вычисляет угол γ, но неверно переводит его в вероятность обнаружения затменной системы, оценка за этап уменьшается до 1 балла. При неверном задании абсолютной звездной величины всей системы (4.7^m вместо 4.0^m) оценка за этап уменьшается на 1 балл.

Третий этап решения, связанный со спектральными двойными, также оценивается в 3 балла. Если при этом не оговаривается геометрическая ситуация и не вычисляется угол φ или не указывается его незначительность, оценка даже при правильном ответе уменьшается до 1 балла. Если участник вычисляет долю звезд, у которых лучевую скорость нельзя обнаружить, то это не сказывается на ответе и оценивается также 3 баллами при условии отсутствия ошибок в вычислениях. При неверном задании абсолютной звездной величины всей системы (4.7^m вместо 4.0^m) оценка за этап уменьшается на 1 балл.