

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО ЭКОНОМИКЕ 2017–2018 уч. г.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
10 класс



Решения и критерии оценивания

Тестовые задания

Выберите один правильный ответ.

1. Спрос на мобильные телефоны описывается соотношением:

$Q_d^{\text{телефон}} = 10\,000 - 2P^{\text{телефон}} + 0,0004 \cdot I + 30P^{\text{стац. телефон}} - 4P^{\text{моб. интернет}}$,
где I – доход потребителей, $P^{\text{стац. телефон}}$ – цена на стационарные (домашние) телефоны, $P^{\text{моб. интернет}}$ – цена интернета на мобильных устройствах.

В настоящее время в среднем цена на телефон равна 5000 у.е., стационарный телефон стоит 200 у.е., мобильный интернет – 1000 у.е. Средний доход потребителя равен 4 000 000 у.е. Точечная эластичность спроса на мобильные телефоны по доходу примерно равна:

- а) 0,0004
- б) 0,444
- в) 40 000
- г) 1

2. Фирма производит единственный товар, при этом предельный продукт часа труда квалифицированного работника в 3 раза больше, чем у неквалифицированного. Сейчас на фирме работают как квалифицированные, так и неквалифицированные работники, фирма является совершенно конкурентной на рынке труда. Квалифицированный работник зарабатывает 10 у.е. в час, в то время как неквалифицированный – 5 у.е. в час. Что из перечисленного следует делать фирме, если с увеличением количества труда предельный продукт убывает?

- а) снижать заработную плату квалифицированных рабочих
- б) увеличивать заработную плату неквалифицированных рабочих
- в) нанимать больше квалифицированных рабочих или увольнять неквалифицированных
- г) нанимать больше неквалифицированных или увольнять квалифицированных

Комментарий: так как цена единственного производимого продукта так же одинакова вне зависимости от того, кто его произвёл, то в равновесии должно быть выполнено соотношение $\frac{MP_L^{\text{квал.}}}{MP_L^{\text{неквал.}}} = \frac{w^{\text{квал.}}}{w^{\text{неквал.}}}$. В условиях задачи $3 = \frac{MP_L^{\text{квал.}}}{MP_L^{\text{неквал.}}} =$

$\frac{w^{\text{квал.}}}{w^{\text{неквал.}}} = \frac{10}{5}$, следовательно, верен вариант в).

3. В каком из нижеперечисленных случаев введение потоварного налога на потребителя не приведёт к изменению равновесного объёма продаж?

- а) До введения налога кривые спроса и предложения пересекались в точке единичной эластичности спроса.
- б) После введения налога кривые спроса и предложения пересекаются в точке единичной эластичности спроса.
- в) Предложение абсолютно эластично.
- г) Предложение абсолютно неэластично.

4. Пусть кривые MC (функция MC имеет U-образный вид) и AC пересекаются при единственном ненулевом объёме выпуска. Если в условиях совершенной конкуренции при текущем объёме выпуска выполняется соотношение $MC > P > AC$, то фирме выгодно:

- а) снижать объём выпуска
- б) не изменять объём выпуска
- в) увеличивать объём выпуска
- г) уходить с рынка

5. Страна Baker производит пирожки двух видов: с капустой и со щавелём, используя при этом три ингредиента: тесто, капуста, щавель, причём запасы каждого из этих ингредиентов в стране могут быть различными. Капуста используется только при производстве пирожков с капустой, а щавель – только в пирожках со щавелём, тесто используется в пирожках обоих видов. Известно, что средние издержки производства каждого вида пирожков постоянны. Тогда КПВ страны может выглядеть:

рис. 1

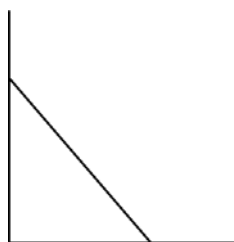


рис. 2

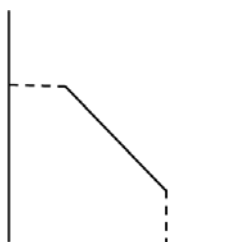
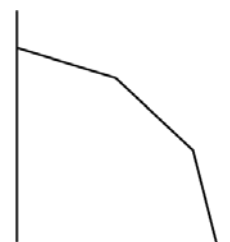


рис. 3



- а) только как на рис. 1
- б) только как на рис. 1 и 2
- в) как на рис. 2 и 3
- г) только как на рис. 3

Таблица ответов на тестовые задания

№	1	2	3	4	5
Ответ	б	в	г	а	б

По 4 балла за каждый правильный ответ.

Всего за тестовые задания – 20 баллов.

Задания с кратким ответом

6. Мэрии небольшого города Эмска необходимо организовать замену $10\,000\text{ м}^2$ дорожного покрытия. Эту работу могут выполнить только две фирмы: «Литая плитка» и «Булыжные дела». За один день каждый рабочий в фирме «Литая плитка» может поменять $L\text{ (м}^2\text{)}$ плитки, где L – количество рабочих в «Литой плитке». Каждый рабочий в фирме «Булыжные дела» может за день поменять $4L\text{ (м}^2\text{)}$ плитки, где L – количество рабочих в фирме «Булыжные дела». В соответствии с контрактом, если мэрия Эмска заключит договор с любой из фирм, она должна будет выплатить этой фирме сумму, равную $30L$ тыс. д.е., где L – количество рабочих на фирме, задействованных в смене покрытия. Мэрия может заключить контракт с одной из фирм или часть контракта передать для выполнения одной фирме, а часть – второй. Какую минимальную сумму потратит мэрия на смену дорожного покрытия?

Ответ: 1500 тыс. д.е. (6 баллов)

Решение:

Обозначим выпуск фирмы «Литая плитка» как $Q_{\text{лп}}$, а выпуск фирмы «Булыжные дела» как $Q_{\text{бд}}$.

$$Q_{\text{лп}} = L_{\text{лп}}^2, Q_{\text{бд}} = 4L_{\text{бд}}^2.$$

Предельный продукт труда у каждой из фирм равен

$$MP_{L_{\text{лп}}} = 2L_{\text{лп}}, MP_{L_{\text{бд}}} = 8L_{\text{бд}}.$$

Предельный продукт труда у каждой из фирм возрастает, при этом $2L \leq 8L$ для любого нанимаемого количества труда, поэтому будут наняты рабочие только в одной из фирм (то есть $L_{\text{лп}} = L$ или $L_{\text{бд}} = L$).

Так как при любом количестве нанятых работников $4L^2 \geq L^2$, следовательно, контракт полностью будет заключён с фирмой «Булыжные дела».

$$4L^2 = 10000$$

$$L^2 = 2500$$

$$L = 50$$

Мэрия потратит $G = 1500$ тыс. д.е.

Следует также полностью засчитывать верным ответ 30 тыс д.е. с обоснованием, что мэрии неважно, в какие сроки сменить дорожное покрытие, а значит может работать ровно один рабочий из любой фирмы, поэтому затраты будут равны $30L = 30 \cdot 50$ тыс. д.е.

Внимание! От участника не требуется приводить решение. Проверяется только ответ.

7. На рынке туристических путёвок на планету Кром функция спроса имеет вид $Q^d = 100 - 0,5P$. Единственный продавец путёвок – компания PtiTUR – несёт издержки на оказание туристических услуг в размере $TC(Q) = 2Q^2$, где Q – количество произведённых туристических путевок (необязательно является целым числом). Стремясь позаботиться об интересах социально незащищённых слоёв населения, государство требует от компании, чтобы при продаже каждой путёвки ещё одну путёвку она передавала государству бесплатно. Эти путёвки передаются пенсионерам, детям из многодетных семей и семьям военнослужащих, которые не готовы покупать путёвки за деньги. Какой будет прибыль фирмы PtiTUR после введения государственного регулирования данного рынка?

Ответ: 1000 (6 баллов)

Решение:

Обозначим за Q количество проданных путёвок. Для того чтобы продать Q путёвок, необходимо сделать $2Q$ путёвок. Поэтому:

$$P(Q) = 200 - 2Q$$

$MR(Q) = 200 - 4Q$, MR убывает

$$TC(Q) = 2 \times (2Q)^2 = 8Q^2$$

$MC(Q) = 16Q$, MC возрастает.

Оптимальный объём продаж можно найти, исходя из условия $MR(Q^*) = MC(Q^*)$:

$$200 - 4Q^* = 16Q^*$$

$$Q^* = 10, P^* = 180$$

Количество путёвок (включая те путёвки, которые реализованы через государство) равно $Q_{\text{путёвок}} = 2 \times Q^* = 20$.

Прибыль фирмы PtiTUR после введения государственного регулирования равна $180 \times 10 - 80 \times 10 = 1000$.

Внимание! От участника не требуется приводить решение. Проверяется только ответ.

8. Население страны Эпсилон делится на две группы: занятые и безработные. В году $t=0$ в экономике страны Эпсилон доля безработных в общей численности населения составляла 10%. Каждый год 10% занятых теряют свою работу, при этом 50% безработных её находят. Чему будет равна доля безработных по отношению к численности населения в году $t=2$, если численность населения не меняется?

Ответ: 0,156 = 15,6 % (6 баллов)

Решение:

Заметим, что $E_t = 0,9 \times E_{t-1} + 0,5 \times U_{t-1}$, а $U_t = 0,1 \times E_{t-1} + 0,5 \times U_{t-1}$, где E_t – число занятых в момент времени t , U_t – число безработных в момент времени t .

Также известно, что $\frac{U_0}{E_0+U_0} = \frac{1}{10}$. Последовательно подставляя имеющиеся в условии данные, можно вычислить ответ.

Внимание! От участника не требуется приводить решение. Проверяется только ответ.

9. Индивидуальный спрос на продукцию монополиста описывается функцией $q_i = 10 - P$. Спрос предъявляют n потребителей. Средние и предельные издержки монополиста постоянны и равны c . При каком c каждый покупатель приобретёт ровно 2 единицы товара?

Ответ: 6 (6 баллов)

Решение:

Суммарный спрос всех потребителей: $Q = 10n - Pn$;

прибыль монополиста: $PR = 10Q - \frac{Q^2}{n} - cQ \rightarrow \max$.

Максимум прибыли находится в вершине параболы и зависит от параметров n и c :

$$Q^* = \frac{10 - c}{2} \times n;$$
$$q_i = \frac{10 - c}{2} = 2 \rightarrow c = 6.$$

Внимание! От участника не требуется приводить решение. Проверяется только ответ.

10. Средний продукт труда фирмы таков, что его эластичность по количеству труда постоянна и равна $(-\frac{1}{2})$, а при количестве труда 4 его значение равно $\frac{1}{2}$. Фирма является совершенным конкурентом на рынке конечного продукта и на рынке труда. Она реализует продукцию по цене 20. Определите равновесную ставку заработной платы, если фирма нанимает 25 единиц труда.

Ответ: 2 (6 баллов)

Решение:

Так как средний продукт труда имеет постоянную эластичность по количеству труда, равную $-\frac{1}{2}$, то его функция имеет вид: $APL = \frac{const}{L^{0,5}}$.

Для того чтобы найти $const$, нужно подставить точку $(4; \frac{1}{2})$. Тогда $const = 1$.

Так как фирма является совершенным конкурентом на обоих рынках, то выполняется соотношение $P * MPL = w$. Это соотношение также является условием максимизации прибыли.

Из найденного APL можно найти $TPL = L^{0,5}$, откуда $MPL = \frac{1}{2L^{0,5}}$.

Кривая спроса на труд совпадает с $MR \times MPL$ там, где она ниже $AR \times APL = p \times \frac{1}{L^{0,5}} = \frac{20}{L^{0,5}}$. В нашем случае $MR \times MPL$ это $20 \times \frac{1}{2L^{0,5}} = \frac{10}{L^{0,5}}$, всегда ниже для любого $L > 0$.

Получается, $\frac{10}{L^{0,5}} = w$, откуда $\frac{100}{w^2} = L_d$. Приравняем спрос на труд и количество нанимаемого труда и найдём равновесную ставку заработной платы, равную 2.
Внимание! От участника не требуется приводить решение. Проверяется только ответ.

11. Далеко-далеко, в Тихом океане находятся острова Абы и Кабы. Известно, что спрос и предложение на острове Абы заданы функциями: $Pd_A = 150 - Q_d^A$, $Ps_A = 30 + 2Q_s^A$. На острове Кабы спрос на этот же товар выглядит следующим образом: $Pd_K = 230 - 2Q_d^K$, а предложение $Ps_K = -70 + 2Q_s^K$. Была обнаружена технология, которая позволит сохранять товар А при путешествии, поэтому появились возможности для торговли между островами. Найдите параметры равновесия на каждом из островов и объём международной торговли, если известно, что транспортировка между островами бесплатна.

Ответ: $P_e = 98$, $Im = Ex = 18$; $Q_d^A = 52$, $Q_s^A = 34$; $Q_d^K = 66$, $Q_s^K = 84$ (6 баллов)

Решение:

Первоначальное равновесие (без торговли) на каждом из островов:

$$P_A = 110, Q_A = 40$$

$$P_K = 80, Q_K = 75$$

Так как цена на острове Абы выше, чем цена на острове Кабы, а транспортировка бесплатна, то А – импортёр, К – экспортёр.

$$Im = Q_d^A - Q_s^A = 165 - 1,5P$$

$$Ex = Q_s^K - Q_d^K = P - 80$$

$$P_e = 98, Im = Ex = 18$$

$$Q_d^A = 52, Q_s^A = 34$$

$$Q_d^K = 66, Q_s^K = 84$$

Внимание! От участника не требуется приводить решение. Проверяется только ответ.

Всего за задания с кратким ответом – 36 баллов.

Задания с развёрнутым ответом (решением)

12. Функция долгосрочных общих издержек фирмы «Ээх», являющейся монополистом на рынке вредных продуктов питания (далее впп), имеет вид $TC = 1,5Q^2 + 5Q$, где Q – количество впп, купленных населением, в шт. (может быть нецелым числом). Про спрос известно, что он линейен и что больше 25 тугриков за шт. впп потребители отдать не готовы. Государство решило ввести налог на «Ээх» в размере t ед. за штуку впп, и выбирает t такое, чтобы собрать не меньше 16 тугриков, при этом минимизировав потребление впп. Какое t выберет государство в долгосрочном периоде, если известно, что в исходном равновесии было продано 5 шт. впп?

Решение:

1) Так как фирма является монополистом, равновесие достигается при $MR = MC$. По условию спрос линеен, а максимальная цена равна 25.

Тогда пусть $P_d = 25 - bQ_d$

Отсюда $MR = 25 - 2bQ$

$MC = TC' = 3Q + 5 + t$

$25 - 2bQ = 3Q + 5 + t$ (+1 балл за выражение, +1 балл за обоснование типа экстремума) $\rightarrow Q^* = \frac{20-t}{3+2b}$

В условиях отсутствия налога $Q^* = \frac{20}{3+2b} = 5 \rightarrow b = 0,5$ (+1 балл)
 $\rightarrow Q^* = 5 - 0,25t$ (+1 балл)

2) Зная, как выпуск зависит от ставки налога, мы можем выразить через неё суммарные налоговые сборы (т. е. найти кривую Лаффера):

$$T = tQ^* = 5t - 0,25t^2 \text{ (+1 балл)}$$

По условию сборы должны быть не меньше 16 тугриков, т. е.

$$5t - 0,25t^2 \geq 16 \text{ (+1 балл)}$$

$$t \in [4; 16] \text{ (+1 балл)}$$

Так как Q отрицательно зависит от ставки налога, нужно выбрать максимально возможную ставку, при которой сборы будут не меньше 16 тугриков, т. е. $t = 16$ (+3 балла).

При такой ставке $Q^* = 1; P^* - t = 24,5 - 16 = 8,5 \rightarrow \pi = 8,5 - TC(1) = 2 > 0$, т. е. фирме будет выгодно остаться на рынке (+1 балл).

При этом государство выберет $t = 16$.

Если участник пропускает промежуточные вычисления, но тем не менее получает верные итоговые цифры либо выражения, ставится полный балл.

Ответ: $t = 16$.

Максимум за задание – 11 баллов.

13. В стране живут 100 португальцев и 50 испанцев. Каждый португалец может произвести 10 ед. X или 3 ед. Y. Каждый испанец может произвести A ед. X или 10 ед. Y. Найдите все возможные значения параметра A, если известно, что при совместной работе испанцы специализируются на товаре Y.

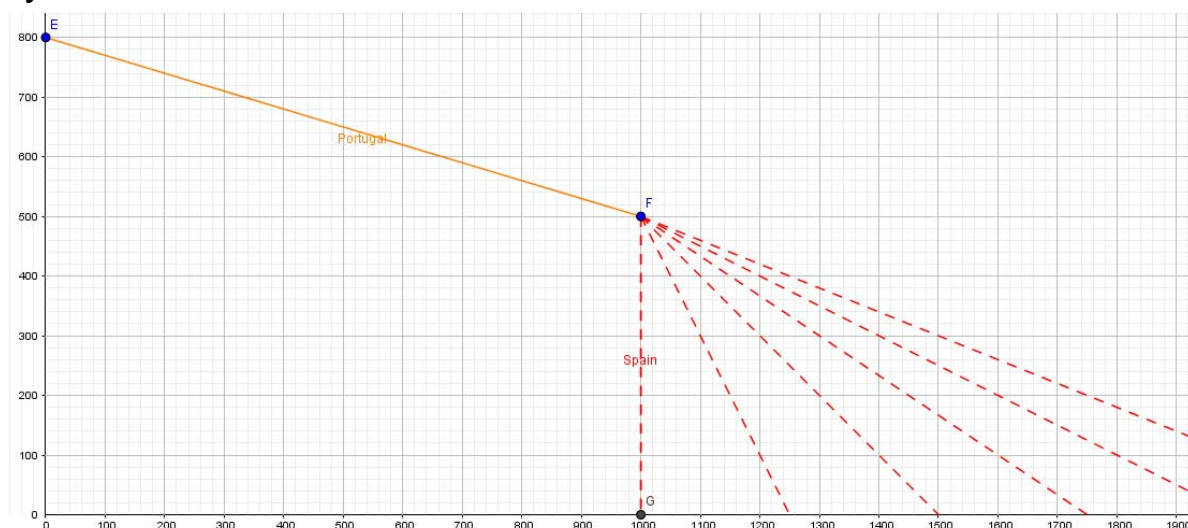
Решение:

Найдём, сколько ед. различного товара произведут все португальцы и все испанцы: $100 \times 10X = 1000X$ или $100 \times 3Y = 300Y$ для португальцев; $50 \times AX = 50AX$ или $50 \times 10Y = 500Y$ для испанцев (+3 балла).

Построим КПВ португальцев и испанцев для произвольного A. Поскольку испанцы специализируются на товаре Y, КПВ будет иметь такой вид:



Построим эскиз совместной КПВ с учётом того, что часть КПВ португальцев будет выше части КПВ испанцев:



С учётом того, что совместная КПВ должна быть выпуклой вверх, найдём крайние допустимые значения A :

КПВ испанцев – вертикальный отрезок: $X = 0 \rightarrow A = 0$ (+4 балла).

КПВ испанцев – продолжение отрезка КПВ португальцев: для португальцев $\frac{X}{Y} = \frac{10}{3} := \frac{A}{10} \rightarrow 100 = 3A \rightarrow A = \frac{100}{3}$ (+4 балла).

Допустимо также более простое решение, без графического анализа:

достаточно сравнить альтернативные издержки испанцев и португальцев: для португальцев $1Y = \frac{10}{3}X$, а для испанцев $1Y = \frac{A}{10}X$ (+4 балла).

Чтобы испанцы специализировались на товаре Y , необходимо, чтобы альтернативные издержки производства одной ед. товара Y были не больше (допустимо также строго ниже), чем у португальцев, т. е. выполнение

неравенства $\frac{10}{3} \geq \frac{A}{10}$ (допустимо также $\frac{10}{3} > \frac{A}{10}$) **(+5 баллов)** с учётом того, что $A \geq 0$ **(+2 балла)**.

Ответ: $0 \leq A \leq \frac{100}{3}$ либо $0 \leq A < \frac{100}{3}$.

Максимум за задание – 11 баллов.

14. На рынке совершенной конкуренции есть три группы потребителей со следующими функциями спроса:

$$Q_A = 20 - 2 \times P$$

$$Q_B = 10 - 2 \times P$$

$$Q_C = 15 - 5 \times P$$

И 4 фирмы с одинаковыми функциями издержек: $TC = 0,5 \times q^2 + 5$

Найдите равновесные цену и количество товара.

Решение:

Найдём функцию предложения одной фирмы из условия: $MC = P$.

Получим $qs = P$ **(+3 балла)**

Рыночная функция предложения $Qs = 4 \times q = 4 \times P$ **(+1 балл)**

Функция рыночного спроса **(+5 баллов):**

$$Qd = \begin{cases} 20 - 2P, & 5 \leq P \leq 10 \\ 30 - 4P, & 3 \leq P \leq 5 \\ 45 - 9P, & 0 \leq P \leq 3 \end{cases}$$

Приравнивая функции спроса и предложения, получаем решение: $P = 3,75$; $Q = 15$ **(+2 балла)**. При этом товар покупают только группы потребителей А и Б.

В случае арифметической ошибки, не повлиявшей на выбор второго участка функции спроса, – минус 1 балл.

В случае арифметической ошибки, повлекшей за собой неверный выбор участка с дальнейшим верным решением, – минус 3 балла.

Ответ: $P = 3,75$; $Q = 15$.

Максимум за задание – 11 баллов.

15. Студенты арендуют аудиторию на факультете экономики и пишут научные исследования. На написание одного научного исследования требуются 1 ед. труда (человеко-занятие) и 2 ед. электроэнергии для работы компьютера. 1 человеко-занятие обходится в 100 руб., необходимые для того, чтобы привлечь студента с занятия и заплатить ему вознаграждение. Единица электроэнергии стоит 10 руб. Кроме того, необходима аудитория для запуска процесса. Её аренда у декана стоит А руб. в год. Спрос на научные исследования предъявляют лучшие университеты мира. Рыночная функция спроса на исследования, создаваемые студентами, имеет вид $Q = 150 - p/2$, где p – цена одного исследования. Какую максимальную цену А готовы будут заплатить студенты за аренду аудитории?

Решение:

При проведении исследований используются два фактора производства: K (электроэнергия) и L (труд студентов).

Производственная функция имеет вид $Q = \min(L/1, K/2)$, т. к. и электроэнергия, и время необходимы для создания исследований. Оптимум достигается при $Q = L = K/2$, откуда $L = Q, K = 2Q$.

Либо можно написать так: каждое исследование требует 1 ед. труда и 2 ед. энергии, поэтому стоит $1 \times 100 + 2 \times 10 = 120$ руб. (+2 балла)

Совокупная функция издержек имеет вид:

$$TC = wL + rK = 100Q + 20Q = 120Q \text{ (+3 балла)}$$

Функция прибыли предприятия имеет вид:

$$\pi = (300 - 2Q) * Q - 120Q - A \text{ (+3 балла)}$$

Оптимум функции прибыли как параболы с ветвями вниз достигается при $Q = 45$. Параметр A на оптимум не влияет, т. к. является константой (+1 балл).

Прибыль должна быть неотрицательной, откуда при подстановке оптимального объёма получается неравенство:

$$(300 - 2 \times 45) \times 45 - 120 \times 45 - A \geq 0 \text{ и } A \leq 4050 \text{ (+2 балла)}$$

Таким образом, при максимальном $A = 4050$ студенты готовы платить за аренду аудитории.

Ответ: 4050.

Максимум за задание – 11 баллов.

Всего за задания с развёрнутым ответом – 44 балла.

Всего за работу – 100 баллов.

9 класс

Задание 12

Верным является следующее решение:

Пусть первоначальные расходы на импортные материалы равны x , а на отечественные – y . Тогда все переменные издержки можно записать как $x + y$. Также заметим, что $x = 0,3(x + y)$, поэтому $y = \frac{7}{3}x$ и $TVC_1 = \frac{10}{3}x$ (+4 балла)

Стоимость импортных материалов изменилась и теперь $TVC_2 = 0,2x + y$ (+2 балла)

По условию $TVC_2 - TVC_1 = 120 \Rightarrow 0,2x + y - (x + y) = -0,8x = 120 \Rightarrow x = -150$ (+2 балла), что невозможно, следовательно, предложенным в условии соотношениям издержек не удовлетворяет ни одна функция издержек (+3 балла).

Также стоит полностью засчитывать ответ: в результате удешевления рубля по отношению к доллару стоимость импортных товаров должна возрасти (так как теперь производители платят больше рублей за тот же объём товара), следовательно, предложенным в условии соотношениям издержек не удовлетворяет ни одна функция издержек.

9 класс

Задание 15

Следует также засчитывать ответ, в котором в команду из 500 человек, нужных для захвата порта, входит и пират (Женя или Капитан Евгений).

В таком случае в пункте 1) следует засчитывать: расходы Жени составят 1000 (499 за найм моряков и $1000 - 499 = 501$ за план).

Аналогичные расчёты и для Капитана Евгения.

10 класс

Задание 6

Следует также полностью засчитывать верным ответ 30 тыс. д.е. с обоснованием, что мэрии неважно, в какие сроки сменить дорожное покрытие, а значит может работать ровно один рабочий из любой фирмы, поэтому затраты будут равны $30L = 30 \cdot 1$ тыс. д.е.