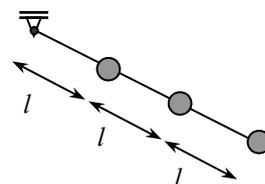


## Решения и критерии оценивания

### Задача 1

Три небольших одинаковых шарика закреплены на прямой лёгкой спице, один из концов которой шарнирно прикреплен к потолку. Расстояния между соседними шариками и от шарнира до ближайшего к нему шарика одинаковы и равны  $l$ . Систему отклоняют, приведя спицу в горизонтальное положение, и отпускают без сообщения начальной скорости. Найдите отношение модулей сил натяжения спицы на её свободных участках в момент, когда система проходит положение равновесия.



#### **Возможное решение**

Пусть масса одного шарика равна  $m$ ,  $T_1$  – сила реакции со стороны верхней свободной части спицы, действующая на верхний шарик,  $T_2$  – сила реакции, действующая со стороны средней свободной части спицы на средний шарик,  $T_3$  – сила реакции, действующая со стороны нижней свободной части спицы на нижний шарик.

Пусть в момент, когда система проходит положение равновесия, её угловая скорость равна  $\omega$ . Запишем закон сохранения механической энергии:

$$3mg \cdot 3l = mgl + mg \cdot 2l + \frac{m(\omega l)^2}{2} + \frac{m(\omega \cdot 2l)^2}{2} + \frac{m(\omega \cdot 3l)^2}{2} \Rightarrow \omega^2 l = \frac{6}{7}g.$$

Применим второй закон Ньютона для верхнего шарика в момент прохождения системой положения равновесия:

$$T_1 - T_2 - mg = m\omega^2 l = \frac{6}{7}mg,$$

для среднего шарика:

$$T_2 - T_3 - mg = m\omega^2 \cdot 2l = \frac{12}{7}mg,$$

и для нижнего шарика:

$$T_3 - mg = m\omega^2 \cdot 3l = \frac{18}{7}mg.$$

Решая полученную систему уравнений, находим:

$$T_1 = \frac{57}{7}mg, \quad T_2 = \frac{44}{7}mg, \quad T_3 = \frac{25}{7}mg,$$

откуда окончательно получаем:

$$T_1 : T_2 : T_3 = 57 : 44 : 25.$$

#### **Критерии оценивания**

Закон сохранения механической энергии.....	<b>3 балла</b>
$T_1 - T_2 - mg = m\omega^2 l$ .....	<b>2 балла</b>
$T_2 - T_3 - mg = m\omega^2 \cdot 2l$ .....	<b>2 балла</b>
$T_3 - mg = m\omega^2 \cdot 3l$ .....	<b>2 балла</b>
$T_1 : T_2 : T_3 = 57 : 44 : 25$ .....	<b>1 балл</b>

**Максимум за задачу – 10 баллов.**

### Задача 2

В системе, состоящей из трёх одинаковых динамометров и груза, подвешенных определённым образом друг за другом (см. рисунок слева), динамометр  $A$  показывает значение  $F_1 = 3,8$  Н, а динамометр  $B$  показывает  $F_2 = 2,2$  Н. Определите, что будет показывать каждый из динамометров, если систему перевернуть и вновь подвесить (см. рисунок справа). Пружины динамометров очень лёгкие.

#### Возможное решение

Пусть масса груза  $M$ , масса динамометра  $m$ . Тогда:

$$F_1 = (M + 2m)g$$

и

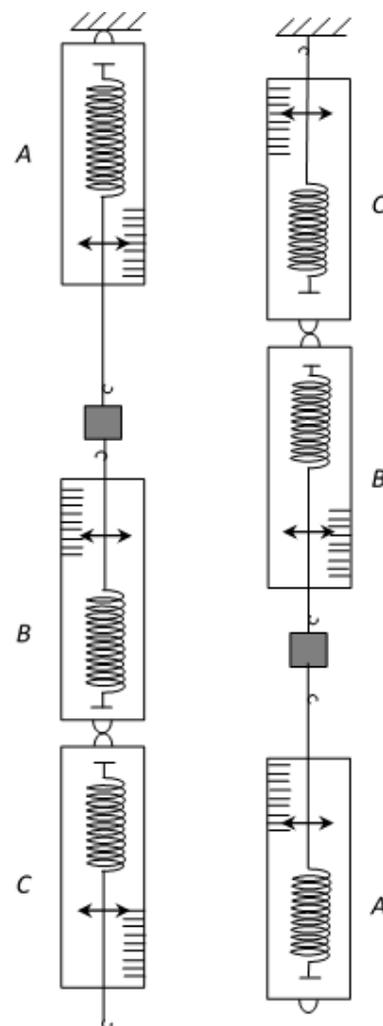
$$F_2 = 2mg.$$

Когда систему перевернули:

$$F_A = mg = \frac{F_2}{2} = 1,1 \text{ Н},$$

$$F_B = (M + m)g = F_1 - \frac{F_2}{2} = 2,7 \text{ Н},$$

$$F_C = (M + 3m)g = F_1 + \frac{F_2}{2} = 4,9 \text{ Н}.$$



#### Критерии оценивания

$F_1 = (M + 2m)g$ .....	2 балла
$F_2 = 2mg$ .....	2 балла
$F_A = 1,1$ Н .....	1,5 балла
$F_B = 2,7$ Н .....	3 балла
$F_C = 4,9$ Н .....	1,5 балла

Максимум за задачу – 10 баллов.

### Задача 3

Берёзовая и дубовая доски, одинаковые по длине и ширине, но разные по толщине, склеены между собой наибольшими сторонами и плавают на поверхности воды. Их общая толщина  $h = 24$  см. Если дубовая доска находится снизу, то она оказывается полностью погружённой в воду, а берёзовая доска целиком находится над водой. Определите, на каком расстоянии  $\Delta h$  от поверхности воды окажется поверхность склеивания досок, если они будут плавать берёзой вниз. Плотность дуба  $\rho_1 = 0,8$  г/см<sup>3</sup>, плотность берёзы  $\rho_2 = 0,6$  г/см<sup>3</sup>, плотность воды  $\rho_0 = 1,0$  г/см<sup>3</sup>.

#### Возможное решение 1

Пусть толщина дубовой доски  $a$ , площадь наибольшей стороны каждой из досок  $S$ . Запишем условие равновесия склеенных досок общей массой  $m$  в первом случае:

$$mg = \rho_0 g a S.$$

Во втором случае, поскольку плотность берёзы меньше плотности дуба, то берёзовая доска будет полностью погружена в воду, а дубовая – лишь частично. Запишем условие равновесия склеенных досок в этом случае:

$$mg = \rho_0 g (h - a) S + \rho_0 g \Delta h S.$$

Масса склеенной доски равна:

$$m = \rho_1 a S + \rho_2 (h - a) S.$$

Решая систему уравнений, получаем:

$$\Delta h = \left( \frac{2\rho_2}{\rho_0 - \rho_1 + \rho_2} - 1 \right) h = \frac{\rho_2 - \rho_0 + \rho_1}{\rho_0 - \rho_1 + \rho_2} h = 12 \text{ см.}$$

#### Возможное решение 2

Найдём толщину  $h_б$  и  $h_д$  берёзовой и дубовой досок. Условие плавания склеенных досок имеет вид:  $h_б \rho_2 + h_д \rho_1 = h_д \rho_0$ . При этом  $h_б + h_д = h$ .

Отсюда получаем:  $h_б = \frac{\rho_0 - \rho_1}{\rho_0 - \rho_1 + \rho_2} h = 6$  см и  $h_д = \frac{\rho_2}{\rho_0 - \rho_1 + \rho_2} h = 18$  см, причём последняя величина равна глубине погружения склеенных досок.

Глубина погружения в воду склеенных досок не зависит от того, как они расположены. Поэтому после переворачивания берёзовая часть доски окажется погружённой в воду полностью, а дубовая – только частично, и расстояние от плоскости склейки досок до уровня воды будет равно:

$$\Delta h = h_д - h_б = \frac{\rho_2 - \rho_0 + \rho_1}{\rho_0 - \rho_1 + \rho_2} h = 12 \text{ см.}$$

#### Критерии оценивания

$mg = \rho_0 g a S$ .....	3 балла
$mg = \rho_0 g (h - a) S + \rho_0 g \Delta h S$ .....	3 балла
$m = \rho_1 a S + \rho_2 (h - a) S$ .....	2 балла
$\Delta h = 12 \text{ см}$ .....	2 балла

Максимум за задачу – 10 баллов.

#### Задача 4

Тепловыделяющий элемент включают в электрическую сеть с напряжением 100 В, и его температура повышается до +60 °С, после чего перестаёт изменяться. Затем этот же элемент включают в сеть с напряжением 200 В, и его температура достигает +120 °С. До какой температуры нагреется этот элемент, если его включить в сеть с напряжением 300 В? Температура в помещении, в котором находится тепловой элемент, постоянна, а сопротивление тепловыделяющего элемента не зависит от его температуры. В установившемся режиме мощность тепловых потерь тепловыделяющего элемента пропорциональна разности его температуры и температуры в помещении.

#### *Возможное решение*

Согласно условию задачи, в установившемся режиме мощность тепловых потерь тепловыделяющего элемента пропорциональна разности его температуры и температуры в помещении. Следовательно,

$$\frac{U_1^2}{R} = \alpha(t_1 - t)$$

и

$$\frac{U_2^2}{R} = \alpha(t_2 - t).$$

Здесь  $t$  – температура помещения, а  $t_1$  и  $t_2$  – температуры тепловыделяющего элемента при его подключении к напряжениям  $U_1$  и  $U_2$ .

В третьем случае:

$$\frac{U_3^2}{R} = \alpha(t_3 - t).$$

Решая систему уравнений, находим:

$$t_3 = \frac{(U_3^2 - U_1^2)t_2 - (U_3^2 - U_2^2)t_1}{U_2^2 - U_1^2} = 220 \text{ °С}.$$

#### *Критерии оценивания*

$$\frac{U_1^2}{R} = \alpha(t_1 - t) \dots\dots\dots 2 \text{ балла}$$

$$\frac{U_2^2}{R} = \alpha(t_2 - t) \dots\dots\dots 2 \text{ балла}$$

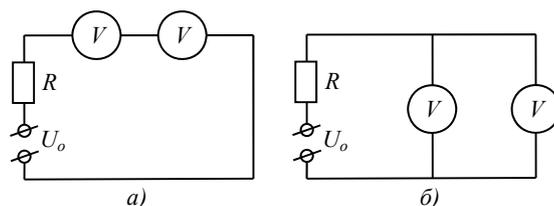
$$\frac{U_3^2}{R} = \alpha(t_3 - t) \dots\dots\dots 2 \text{ балла}$$

$$t_3 = 220 \text{ °С} \dots\dots\dots 4 \text{ балла}$$

*Максимум за задачу – 10 баллов.*

### Задача 5

Два одинаковых вольтметра, включённые в цепи, схемы которых изображены на рисунках а) и б), показывают одинаковое напряжение  $U = 10$  В. Определите, что будут показывать три таких же вольтметра, подключённые к этому же источнику напряжения с резистором  $R$ : 1) последовательно; 2) параллельно.



#### Возможное решение

Пусть сопротивление вольтметра равно  $r_V$ . Тогда для цепи 1):

$$U = \frac{U_0}{R+2r_V} \cdot r_V.$$

Для цепи 2):

$$U = \frac{U_0}{2\left(R+\frac{r_V}{2}\right)} \cdot r_V = \frac{U_0}{2R+r_V} \cdot r_V.$$

Из этих двух уравнений следует, что  $r_V = R$ .

Если соединить три таких вольтметра последовательно, то каждый из них покажет напряжение:

$$U_1 = \frac{U_0}{R+3r_V} \cdot r_V = \frac{U_0}{4} = \frac{3}{4}U = 7,5 \text{ В}.$$

При параллельном соединении трёх таких вольтметров каждый из них покажет напряжение:

$$U_2 = \frac{U_0}{3\left(R+\frac{r_V}{3}\right)} \cdot r_V = \frac{U_0}{4} = \frac{3}{4}U = 7,5 \text{ В}.$$

#### Критерии оценивания

$U = \frac{U_0}{R+2r_V} \cdot r_V$ .....	2 балла
$U = \frac{U_0}{2R+r_V} \cdot r_V$ .....	2 балла
$r_V = R$ .....	1 балл
$U_1 = 7,5 \text{ В}$ .....	2,5 балла
$U_2 = 7,5 \text{ В}$ .....	2,5 балла

Максимум за задачу – 10 баллов.

*В случае, если решение какой-либо задачи отличается от авторского, эксперт (учитель) сам составляет критерии оценивания в зависимости от степени и правильности решения задачи.*

*При правильном решении, содержащем арифметическую ошибку, оценка снижается на 1 балл.*

Всего за работу – 50 баллов.