11 класс

Задача 1. Катушка *(И. С. Юдин)*

1. Установка: крепим зажимом типа «бульдог» латунную трубку вдоль линейки. Линейку крепим к выступу деревянного штатива шкалой наружу с помощью двух больших зажимов. Перемещая трубку с «бульдогом» относительно линейки, будем изменять высоту шарика. Под шарик располагаем весы, на который ставим кубик, на кубик ящик с катушкой. Прищепку используем для закрепления провода питания, чтобы его перемещения не влияли на показания весов.

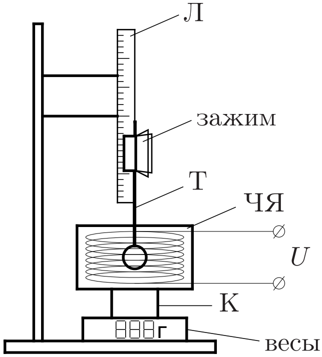

Рис. 50

Включаем весы, убеждаемся, что при выключенном питании на них 00.0, при необходимости сбрасываем. Включением и выключением питания катушки убеждаемся в воспроизводимости показаний весов и снимаем зависимость показаний от координаты h (снятой с линейки).

Заметим, что при нахождении шарика в центре катушки сила равна нулю (так как индукция магнитного поля максимальна), что позволяет определить координату центра катушки и получить искомую зависимость простым сдвигом.

h, мм	158	160	162	164	166	168	170
F, г сила	-0.93	-0.63	-0.36	-0.12	0.19	0.54	0.83
x, мм	-7	-5	-3	-1	1	3	5
F, мН	-9.114	-6.174	-3.528	-1.176	1.862	5.292	8.134

h, мм	172	174	176	178	180	182	184
F, г сила	1.03	1.27	1.46	1.72	1.77	1.79	1.67
x, мм	7	9	11	13	15	17	19
F, мН	10.094	12.446	14.308	16.856	17.346	17.542	16.366

h, мм	190	195	200	205	210	215	220
F, г сила	1.46	1.14	0.9	0.68	0.52	0.39	0.31
x, мм	25	30	35	40	45	50	55
F, мН	14.308	11.172	8.82	6.664	5.096	3.822	3.038

h, мм	225	230	235	240	245	250	
F, г сила	0.24	0.17	0.12	0.1	0.09	0.07	
x, мм	60	65	70	75	80	85	
F, мН	2.352	1.666	1.176	0.98	0.882	0.686	

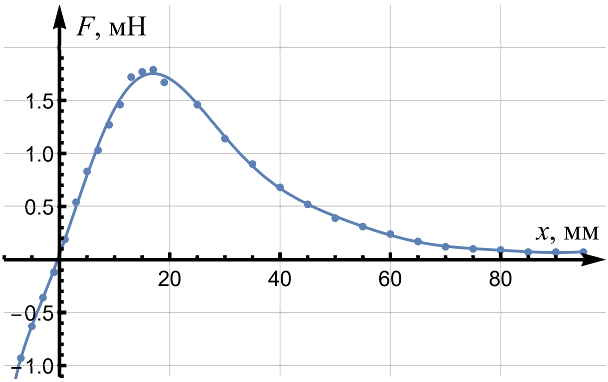

Рис. 51

2. Так как сила зависит, согласно условию задачи, от градиента поля $F = p_m \dfrac{dB}{dx}$, то изменение поля будет пропорционально силе, т.е. $\Delta B = \dfrac{F}{p_m}\Delta x$. Вычислим изменение поля при движении по оси из «бесконечности», найдя площадь под графиком силы от перемещения. Так как магнитным полем Земли можно пренебречь, т.е. вдали от катушки поле 0, то это изменение и есть поле катушки. Его можно определить по площади под графиком $F(x)$:

$$B_0 = \frac{1}{p_m}\int\limits_1^2 F dx = 5{,}95 \cdot 10^{-3}\ \text{Тл}$$

3. Разобьем кольцо на элементы длины dl. Каждый из них будет создавать индукцию

$$dB = \frac{kIdl}{r^2 + x^2},$$

поскольку направление тока перпендикулярно направлению на элемент. Вектор индукции поля, создаваемой элементом, направлен под углом β к оси витка $\left(\cos\beta = \dfrac{r}{\sqrt{r^2 + x^2}}\right)$, поэтому его проекция на ось

$$dB_x = \frac{kIrdl}{(r^2 + x^2)^{3/2}}$$

Суммируем поля от элементов:

$$B = \frac{2\pi k I r^2}{(r^2 + x^2)^{3/2}} \tag{9}$$

4. Искать радиус катушки можно либо по положению максимума зависимости $F(x)$, либо по значению производной dF/dx при $x = 0$.
Рассмотрим сначала первый вариант.
Поскольку катушка считается короткой, воспользуемся формулой из предыдущего пункта для витков катушки радиусом R. Обозначим за I сумму токов во всех витках катушки ($I = NI_1$, где I_1 — ток в одном витке). Найдем первую производную, которая будет пропорциональна силе, и вторую производную, показывающую градиент силы:

$$\frac{dB}{dx} = -\frac{6\pi kIR^2x}{(R^2+x^2)^{5/2}}$$

$$\frac{d^2B}{dx^2} = -\frac{6\pi kIR^2(4x^2-R^2)}{(R^2+x^2)^{7/2}} \tag{10}$$

Отсюда видно, что максимум силы достигается при

$$x = R/2$$

Снимая с графика положение максимума $x_0 = 1{,}7$ см, получаем $R = 3{,}4$ см.
Теперь рассмотрим второй вариант.
Из уравнения (10) получаем производную силы при $x = 0$:

$$\frac{dF}{dx} = \kappa_0 = p_m\frac{6\pi kI}{R^3}$$

Определяем κ_0 по наклону графика в нуле: $\kappa_0 = 1{,}6$ Н/м.
Из уравнения (9) найдем индукцию поля в центре катушки:

$$B_0 = \frac{2\pi kI}{R} \tag{11}$$

Зная B_0 и κ_0, найдем радиус катушки:

$$\frac{p_mB_0}{\kappa_0} = \frac{R^2}{3}$$

$$R = \sqrt{\frac{3p_mB_0}{\kappa_0}} = 3{,}3 \text{ см}$$

5. Из уравнения (11)

$$I = \frac{B_0R}{2\pi k} = 320 \text{ А}$$

Напряжение на одном витке катушки

$$U_1 = \frac{U}{N},$$

Из закона Ома для одного витка

$$\frac{U_1}{I_1} = \frac{U}{I} = \frac{2\pi R}{\lambda \pi d^2/4} = \frac{8R}{\lambda d^2}$$

$$d = \sqrt{\frac{8IR}{\lambda U}} = 0{,}35\ \text{мм}$$

Чтобы найти массу черного ящика, поставим кубик на весы и обнулим их показания. После этого положим на кубик черный ящик. Зная массу черного ящика, рассчитаем массу катушки: $M = 204$ г. Для определения количества витков N выпишем:

$$\frac{M}{\rho} = \frac{\pi d^2}{4} N 2\pi R \Rightarrow N d^2 = \frac{2M}{\pi^2 R \rho}$$

$$N = \frac{\lambda U M}{4\pi^2 I R^2 \rho} = 1{,}1 \cdot 10^3$$

Задача 2. Пограничное кипение *(А. М. Киселев)*

Неизвестной жидкостью был фторкетон ФК-5-1-12 (Novec 1230), иногда ее называют «сухой водой». Novec является диэлектриком, слабо смачивает бумагу и не является растворителем. Поэтому Novec применяется в системах пожаротушения для серверных помещений и другой электроники, библиотек, музеев.

1. Используя большой шприц, взвешиваем $V = (10{,}0 \pm 0{,}4)$ мл неизвестной жидкости, находим $m = 15{,}6$ г. Вычисляем плотность:

$$\rho = \frac{m}{V} = 1{,}56 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}.$$

2. Помещаем внутрь воздушного шарика все грузы и заливаем внутрь $m_0 = 2{,}01$ г неизвестной жидкости. Максимально выпустив воздух, плотно завязываем шарик. Измеряем начальный объем шарика $V_{\text{нач}} = 13{,}6$ мл. Наливаем в сосуд с мерными делениями горячую воду. Начальный объем воды $V_1 = (200 \pm 10)$ мл. Помещаем шарик в сосуд с горячей водой, ждем некоторое время, пока весь Novec испарится. Шарик должен целиком находится под водой. Если веса грузов не хватает, топим шарик в воде с помощью термометра. Измеряем объем «вода+шарик», $V_2 = (390 \pm 10)$ мл и температуру воды $T = 66\ ^\circ\text{C} = 338$ К. Вычисляем объем газообразного

вещества Novec: $\Delta V = V_2 - V_1 - V_{\text{нач}} = 176 \pm 20$ мл. По закону Менделеева-Клапейрона

$$P_0 \Delta V = \frac{m_0}{\mu} RT,$$

где P_0 — атмосферное давление. Отсюда вычисляем молярную массу Novec

$$\mu = (320 \pm 40) \text{ г/моль}.$$

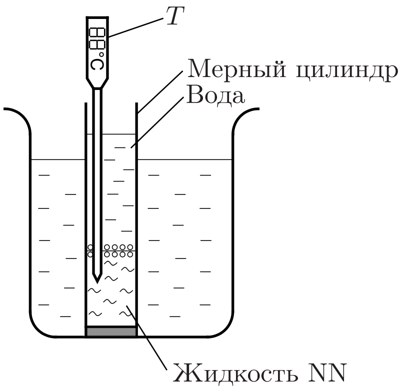

Рис. 52

3. Наливаем в пробирку (с подставкой) сначала неизвестную жидкость, потом воду. Между жидкостями есть четкая граница раздела. Ставим пробирку в стакан с водой. Чтобы не возникало перегретой жидкости, опускаем внутрь пробирки деревянную палочку как источник центров парообразования. Температуру системы измеряем термометром, опущенным внутрь пробирки (рис. 52). Температуру воды во внешнем стакане изменяем, доливая туда горячую или холодную воду. Так находим

$$T_{\text{погр}} = (46 \pm 1)\ ^\circ\text{C}.$$

При температуре чуть выше граничной на границе раздела жидкостей медленно образуется один пузырь. При температуре ниже граничной пузырей не образуется.

4. Наливаем в пробирку чистый Novec, опускаем туда деревянную палочку. Ставим пробирку внутрь стакана с горячей водой. Через некоторое время Novec начинает активно кипеть. Измеряем его температуру, которая равна температуре кипения

$$T_{\text{кип}} = (49 \pm 0.5)\ ^\circ\text{C}.$$

Условие кипения чистой жидкости: давление насыщенных паров равно атмосферному давлению: $P_{\text{NN}}(T_{\text{кип}}) = P_0$.

Поскольку жидкости не смешиваются, пограничное кипение начинается, когда сумма давлений насыщенных паров воды и Novec равно атмосферному:

$$P_{\text{NN}}(T_{\text{погр}}) + P_{\text{в}}(T_{\text{погр}}) = P_0.$$

Из этих соотношений оценим изменение давления насыщенных паров неизвестной жидкости при изменении её температуры:

$$\frac{dP}{dT} \approx \frac{P_{\text{NN}}(T_{\text{кип}}) - P_{\text{NN}}(T_{\text{погр}})}{T_{\text{кип}} - T_{\text{погр}}} = \frac{P_{\text{в}}(T_{\text{погр}})}{T_{\text{кип}} - T_{\text{погр}}}.$$

С помощью интерполяции из таблицы находим давление насыщенных паров воды $P_{\text{в}}(46\ ^\circ\text{C}) = 10.3$ кПа. Пользуясь уравнением Клапейрона-Клаузиуса, вычисляем удельную теплоту парообразования Novec:

$$L = \frac{RT_{\text{погр}}^2}{\mu P_0} \frac{P_{\text{в}}(T_{\text{погр}})}{T_{\text{кип}} - T_{\text{погр}}} = (90 \pm 40)\ \text{кДж/кг}.$$

Основной источник погрешности определения L — неточное измерение температур $T_{\text{кип}}$ и $T_{\text{погр}}$.