

Работа рассчитана на 240 минут

1. Число **890** обладает таким свойством: изменив любую его цифру на **1** (увеличив или уменьшив), можно получить число, кратное **11**. Найдите наименьшее трехзначное число, обладающее таким же свойством.

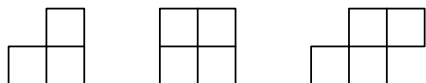
2. Известно, что $ab < 0$. Докажите, что

$$a^2 + b^2 + c^2 > 2ab + 2bc + 2ca.$$

3. Решите систему уравнений $\begin{cases} \sin x \cos y = \sin z, \\ \cos x \sin y = \cos z \end{cases}$, если числа x , y и z лежат на отрезке $[0; \frac{\pi}{2}]$.

4. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность, $BC = CD$, $AC = c$, $\angle BAD = 2\alpha$. Найдите площадь этого четырёхугольника.

5. Клетчатую доску размером 7×7 склеили, используя фигурки трех видов (см. рисунок), не обязательно все. Сколько могло быть использовано фигурок, составленных из четырех клеток?



6. Дан тетраэдр $ABCD$, все грани которого являются подобными прямоугольными треугольниками с острыми углами при вершинах A и B . Ребро AB равно **1**. Найдите длину наименьшего ребра тетраэдра.

Работа рассчитана на 240 минут

1. Число **890** обладает таким свойством: изменив любую его цифру на **1** (увеличив или уменьшив), можно получить число, кратное **11**. Найдите наименьшее трехзначное число, обладающее таким же свойством.

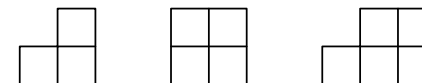
2. Известно, что $ab < 0$. Докажите, что

$$a^2 + b^2 + c^2 > 2ab + 2bc + 2ca.$$

3. Решите систему уравнений $\begin{cases} \sin x \cos y = \sin z, \\ \cos x \sin y = \cos z \end{cases}$, если числа x , y и z лежат на отрезке $[0; \frac{\pi}{2}]$.

4. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность, $BC = CD$, $AC = c$, $\angle BAD = 2\alpha$. Найдите площадь этого четырёхугольника.

5. Клетчатую доску размером 7×7 склеили, используя фигурки трех видов (см. рисунок), не обязательно все. Сколько могло быть использовано фигурок, составленных из четырех клеток?



6. Дан тетраэдр $ABCD$, все грани которого являются подобными прямоугольными треугольниками с острыми углами при вершинах A и B . Ребро AB равно **1**. Найдите длину наименьшего ребра тетраэдра.