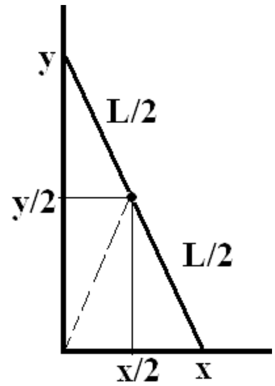
ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО ФИЗИКЕ. 2018–2019 уч. г.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП. 11 КЛАСС

Задача 1

Стержень длиной L касается своими концами вертикальной стенки и горизонтального пола. Он движется, оставаясь всё время в одной и той же вертикальной плоскости, без отрыва от стенки и пола. В некоторый момент времени модуль скорости верхнего конца стержня равен V, а нижнего конца – $2V$. Найдите модуль скорости середины стержня в этот момент, а также направление этой скорости относительно горизонтали. На какой высоте от пола находится в этот момент верхний конец стержня?

Возможное решение



Пусть x и y – расстояния от нижнего и верхнего концов стержня до вершины прямого угла, образуемого стенкой и полом. Тогда координаты середины стержня $x/2$ и $y/2$, а горизонтальная и вертикальная составляющая скорости середины стержня равны по модулю половинам модулей скоростей нижнего и верхнего концов стержня: $u_x = V$; $u_y = V/2$.

Модуль скорости середины стержня $u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}V$ находится при помощи теоремы Пифагора.

Вектор скорости середины стержня расположен в плоскости движения стержня и направлен от стены и к полу. Для угла α, который этот вектор составляет с горизонталью, находим: tgа = u_y/u_x = 1/2, то есть а = arctg(0,5).

Найдём угол между стержнем и стенкой в рассматриваемый момент времени. Легко доказать, что середина стержня движется по окружности радиусом $L/2$. Этот радиус изображён на рисунке штриховой линией. Вектор скорости середины стержня перпендикулярен радиусу, и поэтому угол между стержнем и стенкой равен определённому выше углу а (тангенс этого угла можно найти из условия неизменности длины стержня – это альтернативный способ получения ответа для угла а).

Так как $H = L\cos\alpha$, то искомая высота $H = \frac{2L}{\sqrt{5}}$.

Критерии оценивания

1. Координаты середины стержня связаны с координатами его концов .... **1 балл**
2. $u_x = V; u_y = V/2$ .... **2 балла**
3. $u = \frac{\sqrt{5}}{2}V$ .... **2 балла**
4. Вектор $\vec{u}$ направлен от стены и к полу под углом α = arctg(0,5) к горизонтали .... **1 балл**
5. Найден угол между стержнем и стенкой .... **2 балла**
6. $H = \frac{2L}{\sqrt{5}}$ .... **2 балла**

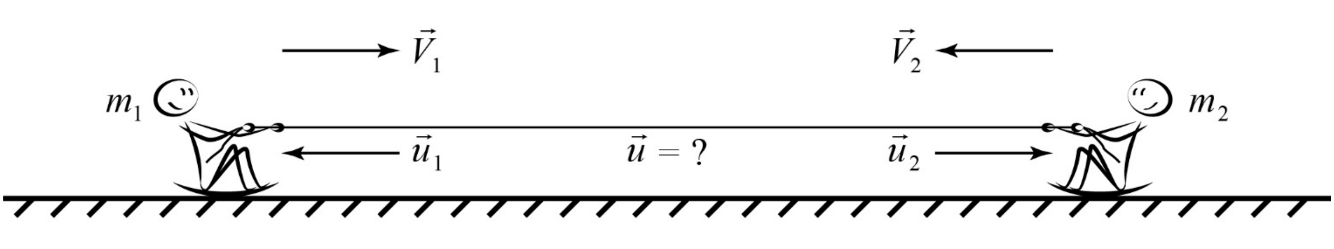
***Максимум за задачу* 10 баллов.**

Задача 2

Двое физиков сидят в круглых санках-ледянках, которые покоятся на гладкой горизонтальной поверхности замёрзшего озера, и держат в руках концы длинной невесомой нерастяжимой верёвки. Они начинают «выбирать» верёвку руками и таким образом едут навстречу друг другу. В некоторый момент сила натяжения выпрямленной (то есть не провисающей) между физиками верёвки становится равной нулю. После этого они продолжают «выбирать» верёвку так, что она движется относительно первого физика со скоростью $u_1 = 1$ м/с, а относительно второго – со скоростью $u_2 = 0{,}6$ м/с. Масса первого физика $m_1 = 60$ кг, а масса второго физика $m_2 = 78$ кг. Найдите модуль скорости каждого физика и горизонтального участка верёвки относительно озера.

Возможное решение

Пусть $\vec{V}_1$ и $\vec{V}_2$ – скорости первого и второго физиков относительно озера, $\vec{u}_1$ и $\vec{u}_2$ – скорости верёвки относительно физиков, $\vec{u}$ – скорость верёвки относительно озера.



Запишем закон сохранения импульса системы в векторном виде:

$$0 = m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2. \quad (1)$$

Запишем для верёвки закон сложения скоростей:

$$\vec{u} = \vec{u}_1 + \vec{V}_1, \quad (2)$$

$$\vec{u} = \vec{u}_2 + \vec{V}_2 \quad (3)$$

Запишем теперь закон сложения скоростей (2) и (3) в проекции на ось X (учтём, что направление $\vec{u}$ заранее не известно):

$$u_x = -u_1 + V_1, \quad (4)$$

$$u_x = u_2 - V_2. \quad (5)$$

Из (1) следует, что $0 = m_1V_1 - m_2V_2$. Тогда с учётом (4) и (5) получаем:

$$V_1 = \frac{m_2(u_1 + u_2)}{m_1 + m_2} \approx 0{,}9 \text{ м/с}; \qquad V_2 = \frac{m_1(u_1 + u_2)}{m_1 + m_2} \approx 0{,}7 \text{ м/с}; \qquad u = |V_1 - u_1| \approx 0{,}1 \text{ м/с}.$$

Критерии оценивания

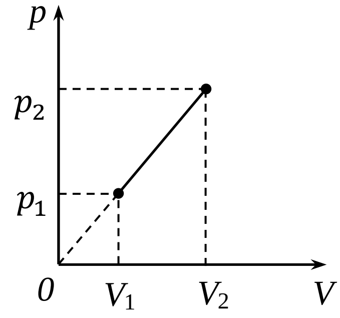
1. $0 = m_1V_1 - m_2V_2$ .... **2 балла**
2. $u_x = -u_1 + V_1$ .... **2 балла**
3. $u_x = u_2 - V_2$ .... **2 балла**
4. $V_1 = \dfrac{m_2(u_1 + u_2)}{m_1 + m_2} \approx 0{,}9$ м/с .... **1,5 балла**
5. $V_2 = \dfrac{m_1(u_1 + u_2)}{m_1 + m_2} \approx 0{,}7$ м/с .... **1,5 балла**
6. $u = |V_1 - u_1| \approx 0{,}1$ м/с .... **1 балл**

***Максимум за задачу* 10 баллов.**

Задача 3

При нагревании трёх молей гелия давление p газа изменялось прямо пропорционально его объёму V ($p = aV$, где a – некоторая неизвестная константа). На сколько градусов поднялась температура гелия, если газу передали количество теплоты $Q = 300$ Дж?

Возможное решение



Запишем уравнения Клапейрона-Менделеева для начального и конечного состояний газа:

$p_1V_1 = \nu RT_1, p_2V_2 = \nu RT_2.$

Совершённая газом работа численно равна площади под графиком (см. рис.):

$$A = \frac{1}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) = \frac{1}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{1}{2}\nu R\Delta T.$$

Из первого начала термодинамики следует:

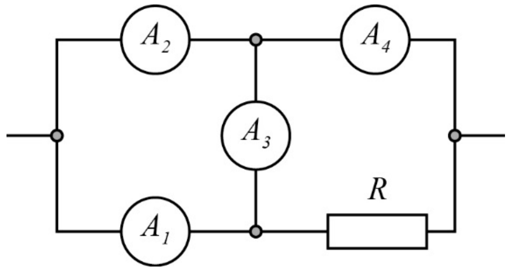
$$Q = \Delta U + A = \frac{3}{2}\nu R\Delta T + \frac{1}{2}\nu R\Delta T = 2\nu R\Delta T \Longrightarrow \Delta T = \frac{Q}{2\nu R} \approx 6 \text{ К}.$$

Критерии оценивания

1. $p_1V_1 = \nu RT_1$ и $p_2V_2 = \nu RT_2$ .... **1 балл**
2. $A = \frac{1}{2}\nu R\Delta T$ .... **4 балла**
3. $Q = \Delta U + A$ .... **2 балла**
4. $\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T$ .... **2 балла**
5. $\Delta T = \frac{Q}{2\nu R} = 6$ К .... **1 балл**

***Максимум за задачу* 10 баллов.**

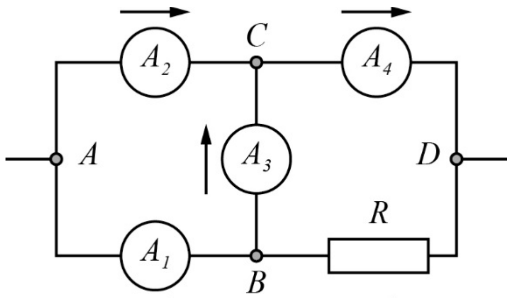
Задача 4



Электрическая цепь состоит из резистора с сопротивлением R и четырёх одинаковых амперметров с внутренними сопротивлениями r. Показания амперметров A_1 и A_2 равны $I_1 = 3$ А и $I_2 = 5$ А. Найдите отношение сопротивлений R/r.

Возможное решение

На рисунке стрелками указаны выбранные нами положительные направления токов в ветвях цепи.



Поскольку в контуре ACB отсутствуют источники ЭДС, то

$$I_2 r = I_3 r + I_1 r \implies I_3 = I_2 - I_1 = 2 \text{ А}.$$

Запишем закон сохранения электрического заряда для узла B:

$$I_1 = I_3 + I_R \implies I_R = I_1 - I_3 = 1 \text{ А}.$$

Аналогично находим ток $I_4 = I_2 + I_3 = 7$ А.

Для контура CDB, в котором также отсутствуют источники ЭДС:

$$I_3 r + I_4 r = I_R R \implies \frac{R}{r} = \frac{I_3 + I_4}{I_R} = 9.$$

Критерии оценивания

1. $I_2 r = I_3 r + I_1 r$ .... **2 балла**
2. $I_1 = I_3 + I_R$ .... **2 балла**
3. $I_4 = I_2 + I_3$ .... **2 балла**
4. $I_3 r + I_4 r = I_R R$ .... **2 балла**
5. $\frac{R}{r} = 9$ .... **2 балла**

Максимум за задачу **10 баллов.**

Задача 5

По закреплённому в вакууме тонкому проволочному кольцу радиусом R равномерно распределён отрицательный заряд Q. Электрон с массой m и зарядом e приближается к кольцу по прямой, перпендикулярной плоскости кольца и проходящей через его центр. Какому условию должна удовлетворять скорость электрона в точке, находящейся на расстоянии $d = \sqrt{3}R$ от центра кольца, чтобы электрон смог пролететь сквозь него? Силой тяжести можно пренебречь.

Возможное решение

Потенциал на оси равномерно заряженного кольца на расстоянии d от центра равен:

$$\varphi_1 = k\frac{Q}{\sqrt{R^2 + d^2}} = k\frac{Q}{2R}.$$

Потенциал в центре равномерно заряженного кольца:

$$\varphi_2 = k\frac{Q}{R}.$$

Из закона сохранения энергии следует:

$$\frac{mV_{\min}^2}{2} + e\varphi_1 = e\varphi_2 \Rightarrow V_{\min} = \sqrt{\frac{2e(\varphi_2 - \varphi_1)}{m}} = \sqrt{\frac{keQ}{mR}} = \sqrt{\frac{eQ}{4\pi\varepsilon_0 mR}}.$$

Значит, $V \geq \sqrt{\frac{eQ}{4\pi\varepsilon_0 mR}}$.

Критерии оценивания

1. $\varphi_1 = k\frac{Q}{2R}$ .... **3 балла**
2. $\varphi_2 = k\frac{Q}{R}$ .... **2 балла**
3. $\frac{mV_{\min}^2}{2} + e\varphi_1 = e\varphi_2$ .... **3 балла**
4. $V \geq \sqrt{\frac{keQ}{mR}}$ .... **2 балла**

Максимум за задачу **10 баллов.**

<u>**Всего за работу 50 баллов.**</u>