

# Всероссийская олимпиада школьников по математике

## II этап • 10 класс • 1.12.2019

*Работа рассчитана на 240 минут*

1. Корни уравнения  $x^2 + px + q = 0$  — целые числа, отличные от нуля. Докажите, что число  $p^2 + (q - 1)^2$  составное.

2. Можно ли квадрат со стороной 8 полностью покрыть двумя кругами диаметра 9?

3. Пусть  $n$  — натуральное число. Какая цифра стоит сразу после запятой в десятичной записи числа  $\sqrt{n^2 + n}$ ?

4. Вписанная окружность треугольника  $ABC$  касается стороны  $AC$  в точке  $D$ . Вторая окружность проходит через точку  $D$ , касается луча  $BA$  в точке  $A$  и, кроме того, касается продолжения стороны  $BC$  за точку  $C$ . Найдите отношение  $AD : DC$ .

5. У царя восемь сыновей, и все дураки. Каждую ночь царь отправляет троих из них стеречь золотые яблоки от жар-птицы. Поймать жар-птицу царевичи не могут, винят в этом друг друга, и поэтому никакие двое не соглашаются пойти вместе в караул второй раз. Какое наибольшее количество ночей это может продолжаться?

6. Петя разложил карточки с числами от 1 до 10 в ряд в каком-то порядке, затем для каждой пары соседних карточек записал число  $\frac{1}{x+y}$ , где  $x$  и  $y$  — числа на этих карточках. Докажите, что сумма записанных Петей чисел больше, чем 0,75.

---

III (региональный) этап Всероссийской олимпиады пройдет в феврале 2020 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте <http://vos.olimpiada.ru/>

---

LXXXIII Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов) пройдет в МГУ 1 марта 2020 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие! Предварительная регистрация и подробная информация на сайте <http://olympiads.mccme.ru/mmo/>