

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II этап · 11 класс · 1.12.2019

Работа рассчитана на 240 минут

1. Можно ли из всех прямоугольников размерами 1×1 , 1×3 , 1×5 , \dots , 1×2019 , взятых по одному разу, сложить прямоугольник, каждая сторона которого больше 1?

2. В треугольной пирамиде $SABC$ боковое ребро SA перпендикулярно основанию ABC . Известно, что биссектрисы плоских углов BAC и BSC пересекаются. Докажите, что углы ABC и ACB равны.

3. Решите уравнение: $|\sin x - \sin y| + \sin x \cdot \sin y = 0$.

4. Какое наименьшее количество клеток нужно отметить на доске размером 8×9 так, чтобы среди любых пяти подряд идущих клеток по горизонтали, вертикали или диагонали была отмеченная клетка?

5. При каких натуральных n существуют натуральные a и b такие, что $n! = 2^a + 2^b$?

6. В треугольнике ABC построена точка D , симметричная центру I вписанной окружности относительно центра O описанной окружности. Докажите, что $AD^2 = 4R^2 - AB \cdot AC$, где R — радиус описанной окружности треугольника ABC .

III (региональный) этап Всероссийской олимпиады пройдёт в феврале 2020 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте <http://vos.olimpiada.ru/>

LXXXIII Московская математическая олимпиада: <http://olympiads.mccme.ru/mmo/>
Объединенная межвузовская математическая олимпиада: <http://olimpiada.ru/ommo/>

Внимание! У обеих олимпиад в январе пройдёт **обязательный** заочный тур.