

9 класс

Второй день

- 9.6. Петя и Миша стартуют по круговой дорожке из одной точки в направлении против часовой стрелки. Оба бегут с постоянными скоростями, скорость Миши на 2% больше скорости Пети. Петя всё время бежит против часовой стрелки, а Миша может менять направление бега в любой момент, непосредственно перед которым он пробежал полкруга или больше в одном направлении. Покажите, что пока Петя бежит первый круг, Миша может трижды, не считая момента старта, поравняться (встретиться или догнать) с ним.
- 9.7. Зелёный хамелеон всегда говорит правду, а коричневый хамелеон врёт и после этого немедленно зеленеет. В компании из 2019 хамелеонов (зелёных и коричневых) каждый по очереди ответил на вопрос, сколько среди них сейчас зелёных. Ответами были числа 1, 2, 3, ..., 2019 (в некотором порядке, причём не обязательно в указанном выше). Какое наибольшее число зелёных хамелеонов могло быть изначально?
- 9.8. В остроугольном треугольнике ABC проведена биссектриса BL . Окружность, описанная около треугольника ABL , пересекает сторону BC в точке D . Оказалось, что точка S , симметричная точке C относительно прямой DL , лежит на стороне AB и не совпадает с её концами. Какие значения может принимать $\angle ABC$?
- 9.9. Назовём многоугольник *хорошим*, если у него найдётся пара параллельных сторон. Некоторый правильный многоугольник разрезали непересекающимися (по внутренним точкам) диагоналями на несколько многоугольников так, что у всех этих многоугольников одно и то же нечётное количество сторон. Может ли оказаться, что среди этих многоугольников есть хотя бы один хороший?
- 9.10. Докажите, что для любых положительных x_1, x_2, \dots, x_9 верно неравенство

$$\frac{x_1 - x_3}{x_1 x_3 + 2x_2 x_3 + x_2^2} + \frac{x_2 - x_4}{x_2 x_4 + 2x_3 x_4 + x_3^2} + \dots + \frac{x_8 - x_1}{x_8 x_1 + 2x_9 x_1 + x_9^2} + \frac{x_9 - x_2}{x_9 x_2 + 2x_1 x_2 + x_1^2} \geq 0.$$

9 класс

Второй день

- 9.6. Петя и Миша стартуют по круговой дорожке из одной точки в направлении против часовой стрелки. Оба бегут с постоянными скоростями, скорость Миши на 2% больше скорости Пети. Петя всё время бежит против часовой стрелки, а Миша может менять направление бега в любой момент, непосредственно перед которым он пробежал полкруга или больше в одном направлении. Покажите, что пока Петя бежит первый круг, Миша может трижды, не считая момента старта, поравняться (встретиться или догнать) с ним.
- 9.7. Зелёный хамелеон всегда говорит правду, а коричневый хамелеон врёт и после этого немедленно зеленеет. В компании из 2019 хамелеонов (зелёных и коричневых) каждый по очереди ответил на вопрос, сколько среди них сейчас зелёных. Ответами были числа 1, 2, 3, ..., 2019 (в некотором порядке, причём не обязательно в указанном выше). Какое наибольшее число зелёных хамелеонов могло быть изначально?
- 9.8. В остроугольном треугольнике ABC проведена биссектриса BL . Окружность, описанная около треугольника ABL , пересекает сторону BC в точке D . Оказалось, что точка S , симметричная точке C относительно прямой DL , лежит на стороне AB и не совпадает с её концами. Какие значения может принимать $\angle ABC$?
- 9.9. Назовём многоугольник *хорошим*, если у него найдётся пара параллельных сторон. Некоторый правильный многоугольник разрезали непересекающимися (по внутренним точкам) диагоналями на несколько многоугольников так, что у всех этих многоугольников одно и то же нечётное количество сторон. Может ли оказаться, что среди этих многоугольников есть хотя бы один хороший?
- 9.10. Докажите, что для любых положительных x_1, x_2, \dots, x_9 верно неравенство

$$\frac{x_1 - x_3}{x_1 x_3 + 2x_2 x_3 + x_2^2} + \frac{x_2 - x_4}{x_2 x_4 + 2x_3 x_4 + x_3^2} + \dots + \frac{x_8 - x_1}{x_8 x_1 + 2x_9 x_1 + x_9^2} + \frac{x_9 - x_2}{x_9 x_2 + 2x_1 x_2 + x_1^2} \geq 0.$$