

- 11.1. Натуральное число, большее 1000000, дает одинаковые остатки при делении на 40 и на 625. Какая цифра может стоять у этого числа в разряде тысяч?
- 11.2. Два ненулевых числа x и y удовлетворяют неравенствам $x^4 - y^4 > x$ и $y^4 - x^4 > y$. Какой знак может иметь произведение xy (укажите все возможности)?
- 11.3. На оси Ox отметили точки $0, 1, 2, \dots, 100$ и нарисовали графики 200 различных квадратичных функций, каждый из которых проходит через две из отмеченных точек и касается прямой $y = -1$. Для каждой пары графиков Олег написал на доске число, равное количеству общих точек этих графиков. После чего он сложил все 19900 чисел, написанных на доске. Мог ли он получить число 39699?
- 11.4. Треугольная пирамида $SABC$ вписана в сферу Ω . Докажите, что сферы, симметричные Ω относительно прямых SA, SB, SC и плоскости ABC , имеют общую точку. Сфера, симметричная данной относительно прямой ℓ - это сфера такого же радиуса, центр которой симметричен центру исходной сферы относительно прямой ℓ .
- 11.5. В Цветочном городе живет 99^2 коротышек. Некоторые из коротышек рыцари (они всегда говорят правду), а остальные — лжецы (они всегда лгут). Дома в городе расположены в клетках квадрата 99×99 (всего 99^2 домов, расположенных в 99 вертикальных и в 99 горизонтальных улицах). В каждом из домов живет ровно один коротышка. Номер дома обозначается парой чисел $(x; y)$, где $1 \leq x \leq 99$ — номер вертикальной улицы (номера возрастают слева направо), а $1 \leq y \leq 99$ — номер горизонтальной улицы (номера возрастают снизу вверх). *Цветочным расстоянием* между двумя домами с номерами $(x_1; y_1)$ и $(x_2; y_2)$ называется число $\rho = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$. Известно, что на каждой улице — вертикальной или горизонтальной — проживает не менее k рыцарей. Кроме того, все коротышки знают, в каком доме живет рыцарь Знайка. Вы хотите найти его дом, но не знаете, как выглядит Знайка. Вы можете подходить к любому дому и спрашивать живущего в нем коротышку: «Каково цветочное расстояние от Вашего дома до дома Знайки?». При каком наименьшем k вы можете гарантированно найти дом Знайки?