

**11 класс**

**Первый день**

11.1. Как-то после уроков Миша выписал на листке десять натуральных чисел. Все десять чисел попарно различны. Известно, что из десяти написанных чисел можно выбрать три числа, делящихся на 5. Также известно, что из написанных десяти чисел можно выбрать четыре числа, делящихся на 4. Может ли сумма всех написанных на доске чисел быть меньше 75?

11.2. Задан квадратный трехчлен  $P(x)$ . Докажите, что существуют попарно различные числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  такие, что верны равенства

$$P(b+c) = P(a), P(c+a) = P(b), P(a+b) = P(c).$$

11.3. В треугольной пирамиде  $ABCD$  на её гранях  $BCD$  и  $ACD$  нашлись соответственно точки  $A'$  и  $B'$  такие, что  $\angle AB'C = \angle AB'D = \angle BA'C = \angle BA'D = 120^\circ$ . Известно, что прямые  $AA'$  и  $BB'$  пересекаются. Докажите, что точки  $A'$  и  $B'$  равноудалены от прямой  $CD$ .

11.4. В одной компании некоторые пары людей дружат (если  $A$  дружит с  $B$ , то и  $B$  дружит с  $A$ ). Оказалось, что при любом выборе 101 человека из этой компании количество пар дружащих людей среди них нечётно. Найдите наибольшее возможное количество работников в такой компании.

11.5. Пусть  $S$  – множество, которое состоит из 100 натуральных чисел, не превосходящих 10000. В пространстве отмечены все точки, каждая из координат которых является элементом множества  $S$ . К каждой из 1000000 отмеченных точек  $(x, y, z)$  привяжем шарик, на котором нарисовано число  $\frac{x^2 + y^2 + z^2}{xy + yz + zx}$ . На каком наибольшем количестве шариков может быть написано число, равное 2?