

10 класс

Второй день

- 10.5. Найдите наибольшее натуральное число n , для которого произведение чисел $n, n + 1, n + 2, \dots, n + 20$ делится на квадрат какого-то одного из них.
- 10.6. Квадрат 100×100 разбит на квадраты 2×2 . Потом его разбивают на доминошки (прямоугольники 1×2 и 2×1). Какое наименьшее количество доминошек могло оказаться внутри квадратов разбиения?
- 10.7. Дана трапеция $ABCD$, в которой $AD \parallel BC$, а лучи AB и DC пересекаются в точке G . Общие внешние касательные к окружностям, описанным около треугольников ABC и ACD , пересекаются в точке E . Общие внешние касательные к окружностям, описанным около треугольников ABD и $B CD$, пересекаются в точке F . Докажите, что точки E, F и G лежат на одной прямой.
- 10.8. Дано число $a \in (0, 1)$. Положительные числа x_0, x_1, \dots, x_n удовлетворяют условиям $x_0 + x_1 + \dots + x_n = n + a$ и $\frac{1}{x_0} + \frac{1}{x_1} + \dots + \frac{1}{x_n} = n + \frac{1}{a}$. Найдите наименьшее значение выражения $x_0^2 + x_1^2 + \dots + x_n^2$.