Шифр

$\sum$

10-T1. Кинематика поршня

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1.1	Формула $\Delta V = Sv\Delta t$	0.5		
	Записано первое начало термодинамики для отсека с нагревателем			
1.2	Верное выражение для подведённой теплоты: $q_1\Delta t$	0.5		
1.3	Верное выражение для изменения внутренней энергии: $3\nu_1 R\Delta T_1/2$ или $3\Delta(pV_1)/2$	0.5		
1.4	Верное выражение для работы газа: $p\Delta V$	0.5		
1.5	Записано верное соотношение между величинами из трёх предыдущих пунктов	0.5		
	Записано первое начало термодинамики для отсека с теплообменником			
1.6	Верное выражение для подведённой теплоты: $-q_2\Delta t$	0.5		
1.7	Верное выражение для изменения внутренней энергии: $3\nu_2 R\Delta T_2/2$ или $3\Delta(pV_2)/2$	0.5		
1.8	Верное выражение для работы газа: $-p\Delta V$	0.5		
1.9	Записано верное соотношение между величинами из трёх предыдущих пунктов	0.5		
1.10	Записано уравнение состояния для газа в отсеке с нагревателем в дифференциальной форме	0.5		
1.11	Записано уравнение состояния для газа в отсеке с теплообменником в дифференциальной форме	0.5		
1.12	Найдена скорость изменения объёма одного из отсеков (знаки перед q_1 и q_2 могут быть перепутаны) : Данный пункт оценивается только при правильно записанных выражениях в предыдущих пунктах и корректно сделанных преобразованиях	0.5		

1.13	Найден ответ на первый вопрос: $v_0 = (q_1 + q_2)/(5p_0S)$ (знаки перед q_1 и q_2 могут быть перепутаны). *1* : При правильно полученном выражении баллы за предыдущий пункт ставятся автоматически *2* : Данный пункт оценивается только при правильно записанных выражениях в пп.1.1-1.13 и корректно сделанных преобразованиях *3* : Если нет явного указания на значение числа степеней свободы $i = 3$, то балл за данный пункт не ставится	0.5		
1.14	В предыдущем пункте не перепутаны знаки перед q_1 и q_2 : Данный пункт оценивается только при правильно записанных выражениях в предыдущих пунктах и корректно сделанных преобразованиях	0.5		
2.1	Указано, что при $q_1 = q_2$ давление газа постоянно	0.5		
2.2	Обосновано, что при $q_1 = q_2$ давление газа постоянно	1.0		
2.3	Найден ответ на второй вопрос: $v = 2q/(5p_0S)$: Данный пункт оценивается только, если за пункт 2.2 стоит ненулевой балл	1.5		
3.1	Записано условие неподвижности поршня (в первом начале термодинамики учтена изохорность процесса)	1.0		
	Получен ответ:			
3.2	в виде $q_2/q_1 = 1/3$ — в виде $q_1/q_2 = 3$, или $q_2 = q_1/3$, или $q_1 = 3q_2$ — Ответ не получен, или он неверный	1.0 *0.8* *0.0*		

Шифр

$\sum$

10-T2. Из лунки в поле

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1.1	Применительно к данной задаче записан закон сохранения импульса для упругого соударения шариков в векторной форме или в проекциях на две оси. *	1.0		
1.2	Применительно к данной задаче записан закон сохранения энергии для упругого соударения шариков.*	1.0		
1.3	Использовано, что $\vec{v}_1 \perp \vec{v}_2$.	1.0		
1.4	Доказано, что $\vec{v}_1 \perp \vec{v}_2$.*	0.5		
	*** Критерии также считаются выполненными, если для упругого нецентрального соударения шаров указано, что в продольном направлении импульс/скорость передаётся полностью, а в поперечном не передаётся.**			
1.5	Выражена дальность полета одного из шаров $l_i = 2v_y v_x/g$.	1.0		
1.6	Предложен реализуемый способ поиска максимума и для него записаны все необходимые исходные уравнения. Критерий выполнен в следующих случаях: 1) Получена функция одной переменной, для которой проводится исследование на экстремум. 2) Получена функция либо с известным максимумом (sin, cos, $sin(\alpha)cos(\alpha)$ парабола и т.д.), либо с максимумом, определяемым алгебраическими методами (неравенство Коши, и т.д.). 3) Получена функция, максимизация которой проводится из геометрических построений. 4) Получена функция нескольких переменных, которая исследуется на условный экстремум. Критерий выполнен только при выполнении критерия 1.6.	1.5		
1.7	Верно определено условие максимальности расстояния между местами падения шариков $v_x = v_0/2$ или аналогичное ему для угла между $\vec{v}_i$ и горизонталью. Критерий выполнен только при выполнении критерия 1.7,кроме случая простой арифметической ошибки.	1.0		

1.8	Получен правильный ответ $l_{max} = v_0^2/g$. Критерий выполнен только при выполнении критерия 1.8.	1.0		
2.1	Предложен реализуемый способ поиска максимума и для него записаны все необходимые исходные уравнения. Критерий выполнен в следующих случаях: 1) Получена функция одной переменной, у которой считается производная 2) Получена функция с известным максимумом (sin, cos, парабола и т.д.) 3) Рассматривается максимизация площади треугольника, вписанного в окружность 4) Получена функция нескольких переменных, которая исследуется на условный экстремум Критерий выполнен только при выполнении критерия 1.6	2.0		
2.2	Получено условие максимума $v = \sqrt{3}v_0/2$ или аналогичное для угла между $\vec{v}_i$ и горизонталью. Критерий выполнен только при выполнении критерия 1.6	1.0		
2.3	Получен правильный ответ $l_{imax} = 3\sqrt{3}v_0^2/8g$ Критерий оценивается при условии, что $l_{1max} = l_{2max}$ Критерий выполнен только при выполнении критерия 2.3.	1.0		

Шифр

$\sum$

10-Т3. Посеребренный конус

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
	Предварительные рассуждения			
1.1	Есть указание на осевую симметрию.	0.2		
1.2	Найден угол наклона боковой поверхности отверстия к оси симметрии системы $\alpha_0 = \frac{3d}{2h}$.	0.2		
1.3	Указано, что при отражении от боковой поверхности отверстия луч поворачивается на 2β, где β – угол между поверхностью и падающим лучом.	0.5		
1.4	Указано, что точка падения луча на экран удалена от оси симметрии на расстояние $R \approx L\alpha$, где α – угол между этим лучом и осью симметрии системы.	0.2		
	Центральное пятно			
1.5	Указано, что существуют лучи, проходящие через отверстие без отражений.	0.2		
1.6	Указано, что такие лучи создадут в центре экрана круглое пятно.	0.2		
1.7	Указано, что диаметр пятна $d_0 = d$.	0.2		
1.8	Центральное пятно приведено на рисунке.	0.2		
	Первое кольцо			
1.9	Указано, что существуют лучи, испытавшие ровно одно отражение от боковых стенок отверстия.	0.2		
1.10	Получено верное значение радиуса первого кольца $R_1 = \frac{3dL}{h}$.	0.2		
1.11	Предпринята попытка описания множества лучей, испытывающих ровно одно отражение.	0.2		
1.12	Определено множество лучей, отразившихся ровно 1 раз (заданы геометрические параметры множества или указана область их падения на коническое отверстие)	0.7		
1.13	Верно определена толщина первого кольца $d_1 = d$.	0.5		
1.14	На рисунке присутствует хотя бы одно кольцо.	0.2		
	Второе кольцо			
1.15	Указано, что существуют лучи, испытавшие ровно два отражения от боковых стенок отверстия.	0.2		
1.16	Предыдущее утверждение обосновано.	0.5		

1.17	Получено верное значение радиуса второго кольца $R_2 = \frac{6dL}{h}$.	0.2		
1.18	Предпринята попытка описания множества лучей, испытывающих ровно два отражения.	0.2		
1.19	Определено множество лучей, отразившихся ровно 2 раза (заданы геометрические параметры множества или указана область их падения на коническое отверстие).	0.7		
1.20	Верно определена толщина второго кольца $d_2 = \frac{d}{2}$.	0.5		
1.21	На рисунке присутствует второе кольцо.	0.2		
	Заключительные рассуждения			
1.22	Обосновано, что нет лучей, которые отражаются более двух раз.	1.0		
1.23	Обосновано, что кольца и пятно не перекрываются между собой.	0.2		
1.24	Приведена верная картинка с одним пятном и ровно двумя кольцами. Балл ставится только при наличии обоснования, что нет лучей, которые отражаются более двух раз.	0.2		
1.25	На рисунке верно указаны все характерные размеры.	0.2		
2.1	Обосновано, что центральное пятно превратится в точку.	0.5		
2.2	Обосновано, что толщина колец становится малой.	0.5		
2.3	Использован корректный метод определения радиуса колец.	0.5		
2.4	Верно определен радиус первого кольца $R_1' = \frac{3dL}{2h}$.	0.2		
2.5	Верно определен радиус второго кольца $R_2' = \frac{3dL}{h}$.	0.2		
2.6	Центральная точка приведена на рисунке.	0.2		
2.7	Первое кольцо приведено на рисунке.	0.2		
2.8	Второе кольцо приведено на рисунке.	0.2		
2.9	Приведена верная картинка с одной точкой и ровно двумя тонкими кольцами. Балл ставится только при наличии обоснования, что нет лучей, которые отражаются более двух раз.	0.2		

Шифр

$\sum$

10-Т4. Полусферический конденсатор

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1.1	Утверждение о том, что сила взаимодействия направлена вдоль оси полусферы	0.5		
1.2	Корректное использование принципа суперпозиции	0.5		
1.3	Записано выражение для осевой компоненты силы взаимодействия заряда с элементом площади dS полусферы: $$dF_y = \frac{q\sigma dS\cos\alpha}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$	1.0		
1.4	**Метод 1.** Указано, что величина $dS\cos\alpha$ равна проекции элемента площади dS на основание полусферы.	0.5		
1.5	**Метод 1.** Площадь основания равна $S_{\text{осн}} = \pi R^2$.	0.5		
1.6°	**Метод 2.** Записано выражение для элемента площади dS кольца: $$dS = 2\pi R^2 \sin\alpha d\alpha$$	0.5		
1.7°	**Метод 2.** Записано выражение для силы взаимодействия в виде определённого интеграла: $$F = \frac{q\sigma}{2\varepsilon_0}\int\limits_0^{\pi/2} \sin\alpha\cos\alpha d\alpha$$	0.5		

1.8	Произведено суммирование и получен правильный ответ: $$F = \frac{q\sigma}{4\varepsilon_0}$$ *Примечание:* при неверном численном коэффициенте решения пунктов 3 и 4 (за исключением окончательных ответов) оцениваются в соответствии с полученным коэффициентом.	0.5		
2.1	Указано или используется, что между полусферами возникает дополнительное напряжение, создаваемое зарядом q.	0.5		
2.2	Правильное соотношение для электрического напряжения между полусферами с учетом их зарядов и заряда q: $$U = U_Q + U_q$$	0.5		
2.3	Определено напряжение U_q, создаваемое зарядом q между полусферами: $$U_q = \frac{qd}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$	0.5		
2.4	Указано (или использовано), что поле в зазоре одинаково по модулю во всех точках	0.5		
2.5	Определена величина электрического поля зарядов полусфер в зазоре между полусферами: $$E_{\text{заз}} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$	0.5		
2.6	Найдена величина заряда Q: $$Q = \frac{2\pi\varepsilon_0 R^2 U}{d} - \frac{q}{2}$$	0.5		

3.1	Записано условие начала движения заряда q: $$F = mg$$	0.5		
3.2	Записано выражение для силы F взаимодействия заряда q с полусферами: $$F = \frac{qQ}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R^2} - \frac{1}{(R+d)^2}\right)$$	1.0		
3.3	Найдена величина Q_{max}: $$Q_{max} = \frac{4\pi\varepsilon_0 R^3 mg}{qd}$$	0.2		
3.4	Найдена величина U_{max}: $$U_{max} = \frac{qd}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\left(1 + \frac{8\pi\varepsilon_0 R^3 mg}{q^2 d}\right).$$	0.2		
4.1	**Метод 1.** Записан закон изменения энергии системы: $$A_{\text{ист}} = \Delta W_{\text{эл}}$$	0.5		
4.2	**Метод 1.** Работа источника $A_{\text{ист}}$ равна площади под графиком $U(Q)$.	0.5		
4.3	**Метод 1.** Получено аналитическое выражение для $U(Q)$ или построен график	1.0		
4.4	**Метод 1.** Получена формула для работы источника $A_{\text{ист}}$ через изменение заряда конденсатора ΔQ: $$A_{\text{ист}} = \frac{U\Delta Q}{2} = \frac{(\Delta Q)^2}{2C}$$	0.5		

4.5	**Метод 1.** Получено выражение для ΔQ: $$\Delta Q = Q_{max} + \frac{q}{2}$$	0.5		
4.6°	**Метод 2.** Энергия представлена как сумма энергий конденсатора и взаимодействия с зарядом q	0.5		
4.7°	**Метод 2.** Записано выражение для энергии конденсатора: $$W_C = \frac{Q^2}{2C}$$ *Примечание:* формулы $W_C = CU^2/2$ и $W_C = QU/2$ в данном случае неприменимы, поскольку конденсатор находится во внешнем поле точечного заряда q	0.5		
4.8°	**Метод 2.** Получено выражение для энергии взаимодействия заряда q с полусферами: $$W_q = \frac{Qqd}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$	1.0		
4.9°	**Метод 2.** Получено выражение для электростатической энергии системы W: $$W = \frac{Q(Q+q)d}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$	0.5		

4.10°	**Метод 2.** Найдена электростатическая энергия системы W_0 при $U = 0$: $$W_0 = \frac{q^2 d}{16\pi\varepsilon_0 R^2}$$ либо получено выражение для электростатической энергии как функции напряжения U: $$W = \frac{d}{4\pi\varepsilon_0}\left(\left(\frac{2\pi\varepsilon_0 R^2 U}{d}\right)^2 - \left(\frac{q}{2}\right)^2\right)$$	0.5		
4.11°	**Метод 3.** Записано выражение для электростатической энергии системы точечных зарядов: $$W = \sum_i \frac{q_i\varphi_i}{2}$$	0.5		
4.12°	**Метод 3.** Записано выражение для электростатической энергии рассматриваемой системы: $$W = \frac{\varphi_+ Q}{2} + \frac{\varphi_-(-Q)}{2} + \frac{\varphi_q q}{2}$$	0.5		
4.13°	**Метод 3.** Найдено выражение для потенциала φ_q: $$\varphi_q = \frac{Qd}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$	1.0		
4.14°	**Метод 3.** Записано $\varphi_+ - \varphi_- = U$ либо найдены φ_+ и φ_-	0.5		

4.15°	**Метод 3.** Найдена электростатическая энергия системы W_0 при $U = 0$: $$W_0 = \frac{q^2 d}{16\pi\varepsilon_0 R^2}$$ либо получено выражение для электростатической энергии как функции напряжения U: $$W = \frac{d}{4\pi\varepsilon_0}\left(\left(\frac{2\pi\varepsilon_0 R^2 U}{d}\right)^2 - \left(\frac{q}{2}\right)^2\right)$$	0.5		
4.16	Найдена величина ΔW: $$\Delta W = \frac{q^2 d}{16\pi\varepsilon_0 R^2}\left(1 + \frac{8\pi\varepsilon_0 R^3 mg}{q^2 d}\right)^2$$	0.5		

Шифр

$\sum$

10-Т5. Об стену

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1.1	Выделена часть системы и приведен рисунок с внешними силами, возникающими при ударе. Правильно указаны точки приложения сил.	0.5		
1.2	Правильно записано условие равенства моментов сил или мощностей сил или моментов импульса относительно указанной оси.	1.0		
1.3	На основании $r << L$, сделан вывод о линии действия силы. Балл ставится при правильной записи условия из предыдущего пункта.	0.5		
2.1	**Метод 1.** Указано или явно следует из решения, что скорость шайбы 1 сразу после соударения направлена вдоль стержня.	0.5		
2.2	**Метод 1.** Указана или явно следует из решения, связь скорости первой шайбы и проекция скорости шайбы 2 на ось, направленную вдоль стержня: $v_{2\parallel} = v_1$.	0.5		
2.3	**Метод 1.** Указана или явно следует из решения, связь угловой скорости и проекции скорости шайбы 2 на ось, направленную перпендикулярно стержню: $v_{2\perp} = \omega L$.	0.5		
2.4	**Метод 1.** Правильно записан закон сохранения импульса системы на ось, направленную вдоль стенки: $$2mv_0 \sin\alpha = mv_1 \sin\alpha + mv_{2\parallel} \sin\alpha + mv_{2\perp} \cos\alpha$$ или 2 закона изменения импульса для системы в проекции на другие оси или полный набор законов (3 или 4) для изменения импульсов отдельных шайб.	0.5		
2.5	**Метод 1.** Записана кинетическая энергия первой шайбы после удара: $$E_1 = \frac{mv_1^2}{2}$$	0.2		

2.6	**Метод 1.** Правильно записана кинетическая энергия второй шайбы после удара: $$E_2 = \frac{m(v_{2\parallel}^2 + v_{2\perp}^2)}{2} = \frac{m(v_1^2 + \omega^2 L^2)}{2}$$	0.5		
2.7	**Метод 1.** Правильно записан закон сохранения механической энергии: $$\frac{2mv_0^2}{2} = \frac{2mv_1^2}{2} + \frac{mv_{2\perp}^2}{2}$$ или $$\frac{2mv_0^2}{2} = \frac{2mv_1^2}{2} + \frac{m\omega^2 L^2}{2}$$	0.2		
2.8	**Метод 1.** Определена угловая скорость стержня сразу после соударения : $$\omega = \frac{4v_0 \operatorname{tg}\alpha}{L(1 + 2\operatorname{tg}^2\alpha)}$$	0.5		
2.9	**Метод 1.** Правильный численный ответ $$\omega \approx 4.33 \text{ рад/с}$$	0.5		
2.10°	**Метод 2.** Записано уравнение динамики вращательного движения относительно центра масс системы: $$J\varepsilon = N\frac{L}{2}\sin\alpha$$ или закон изменения момента импульса: $$J\Delta\omega = N\Delta t\frac{L}{2}\sin\alpha$$	0.5		

2.11°	**Метод 2.** Правильно определен момент инерции системы относительно центра масс $$J = \frac{mL^2}{2}$$	0.2		
2.12°	**Метод 2.** Закон изменения (сохранения) импульса для системы на ось x. Указано, что проекция скорости центра масс на ось x остаётся постоянной и равной: $$v_{Cx} = v_0 \sin\alpha$$	0.5		
2.13°	**Метод 2.** Закон изменения импульса системы в проекции на ось y: $$2m\Delta v_{Cy} = N\Delta t$$	0.5		
2.14°	**Метод 2.** Получена связь между скоростью v_{Cy} и угловой скоростью ω: $$v_{Cy} = \frac{\omega L}{2\sin\alpha} - v_0\cos\alpha$$	0.2		
2.15°	**Метод 2.** Записано выражение для кинетической энергии поступательного движения системы: $$E_k = \frac{2mv_C^2}{2}$$	0.2		
2.16°	**Метод 2.** Записано выражение для кинетической энергии вращательного движения системы: $$E_k = \frac{J\omega^2}{2}$$	0.5		

2.17°	**Метод 2.** Записан закон сохранения механической энергии для системы: $$\frac{2mv_0^2}{2}=\frac{2mv_C^2}{2}+\frac{m\omega^2L^2}{4}$$	0.2		
2.18°	**Метод 2.** Определена угловая скорость стержня сразу после соударения : $$\omega=\frac{4v_0\operatorname{tg}\alpha}{L(1+2\operatorname{tg}^2\alpha)}$$	0.5		
2.19°	**Метод 2.** Правильный численный ответ $$\omega\approx 4.33\ \text{рад/с}$$	0.5		
3.1	**Метод 1.** Записано выражение, связывающее скорости шайб 1 и 2: $$v_1=v_2\sin\alpha$$	0.5		
3.2	**Метод 1.** Записано выражение, связывающее угловую скорость вращения стержня и скорость второго шарика: $$\omega L=v_2\cos\alpha$$	0.5		
3.3	**Метод 1.** Определено изменения импульса системы в проекции на ось x: $$\Delta p_x=mv_2+mv_1\sin\alpha-2mv_0\sin\alpha$$	0.5		

3.4	**Метод 1.** Определено изменения импульса системы в проекцияи на ось y: $$\Delta p_y = -mv_1 \cos\alpha - (-2mv_0 \cos\alpha)$$	0.5		
3.5°	**Метод 2.** Записано уравнение кинематической связи в проекциях на ось x: $$v_{2x} = v_2 = v_{Cx} + \frac{\omega L \cos\alpha}{2}$$	0.2		
3.6°	**Метод 2.** Записано уравнение кинематической связи в проекциях на ось y: $$v_{2y} = 0 = v_{Cy} + \frac{\omega L \sin\alpha}{2}$$	0.2		
3.7°	**Метод 2.** Определено изменение импульса системы в проекции на ось x: $$\Delta p_x = 2mv_{Cx} - 2mv_0 \sin\alpha$$	0.5		
3.8°	**Метод 2.** Определено изменение импульса системы в проекции на ось y: $$\Delta p_y = 2mv_{Cy} - (-2mv_0 \cos\alpha)$$	0.5		
3.9°	**Метод 2.** Записано уравнение динамики вращательного движения относительно центра масс системы: $$\frac{mL^2}{2}\Delta\omega = N\Delta t\frac{L\sin\alpha}{2} - F_{\text{тр}}\Delta t\frac{L\cos\alpha}{2}$$	0.5		

3.10°	**Метод 2.** Получено соотношение между ω и v_2: $$\omega L = v_2 \cos\alpha$$	0.2		
3.11	Правильно указана связь изменения импульса системы с импульсами сил в проекции на одну ось. Ось x: $\Delta p_x = -F_{\text{тр}}\Delta t$ или правильно указаны связи (2 шт.) изменений импульсов двух тел системы с импульсами сил в проекции на одну ось.	0.2		
3.12	Правильно указана связь изменения импульса системы с импульсами сил в проекции на вторую ось. Ось y: $\Delta p_y = N\Delta t$ или правильно указаны связи (2 шт.) изменений импульсов двух тел системы с импульсами сил в проекции на сторую ось.	0.2		
3.13	Записано условие постоянного проскальзывания: $$F_{\text{тр}} = \mu N$$ или $$-\Delta p_x = \mu \Delta p_y$$	0.2		
3.14	Найдена скорость v_2: $$v_2 = \frac{2v_0(\operatorname{tg}\alpha - \mu_1)}{\cos\alpha(1 + 2\operatorname{tg}^2\alpha - \mu\operatorname{tg}\alpha)}$$ или угловая скорость $$\omega = \frac{2v_0(\operatorname{tg}\alpha - \mu_1)}{L(1 + 2\operatorname{tg}^2\alpha - \mu_1\operatorname{tg}\alpha)}$$	1.0		
3.15	Аналитически получено условие постоянного проскальзывания: $$\mu \le \operatorname{tg}\alpha$$	0.5		

3.16	Аналитически получено условие постоянного проскальзывания: $$\mu > 2\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{ctg}\alpha,$$ указано, что оно не выполняется	0.1		
3.17	Определено значение угловой скоростьстержня сразу после соударения для коэффициента трения $\mu_1 = 0{,}2 \le \operatorname{tg} 30^\circ$: $$\omega_1 \approx 1.52 \text{ рад/с}$$	0.5		
3.18	Приведено доказательство того, что при $\mu = 0{,}6 \ge \operatorname{tg}\alpha$ шайба 2 в процессе соударения остановится	0.5		
3.19	Указано, что $\omega_2 = 0$ при $\mu_2 = 0{,}6 > \operatorname{tg} 30^\circ$	0.5		