9 класс

Задача 9.1. Ученики 9 «А», 9 «Б», 9 «В» собрались на линейку. Марья Ивановна решила посчитать количество присутствующих из каждого класса. У неё получилось, что на линейке было 27 учеников из 9 «А», 29 учеников из 9 «Б» и 30 учеников из 9 «В». А Илья Григорьевич решил посчитать сразу общее количество присутствующих из всех трёх классов — у него получилось 96 учеников.

Оказалось, что при подсчёте численности каждого класса Марья Ивановна ошиблась не более чем на 2. А при подсчёте общей численности Илья Григорьевич ошибся не более чем на 4.

Сколько учеников из 9 «А» присутствовало на линейке?

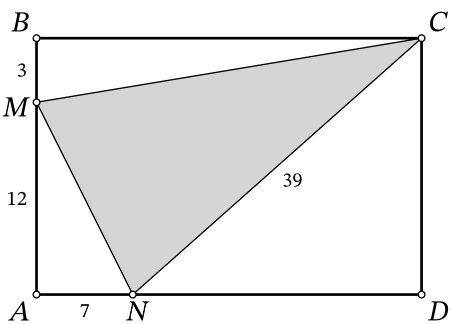
Ответ: 29.

Решение. Пусть a, b, c — реальное количество учеников из 9 «А», 9 «Б», 9 «В» соответственно. Из подсчётов Марьи Ивановны следует, что $a \leqslant 29$, $b \leqslant 31$, $c \leqslant 32$, а из подсчётов Ильи Григорьевича следует, что $a+b+c \geqslant 92$. Получаем, что

$$92 \leqslant a+b+c \leqslant 29+31+32 = 92.$$

Отсюда следует, что все рассматриваемые неравенства должны обращаться в равенства, в частности $a = 29$. $\square$

Задача 9.2. На сторонах AB и AD прямоугольника $ABCD$ отмечены точки M и N соответственно. Известно, что $AN = 7$, $NC = 39$, $AM = 12$, $MB = 3$.
(а) *(1 балл)* Найдите площадь прямоугольника $ABCD$.
(б) *(3 балла)* Найдите площадь треугольника MNC.



Ответ: **(а)** 645. **(б)** 268,5.

Решение. У прямоугольника противоположные стороны равны: $AB = CD$ и $BC = AD$. Тогда $CD = 12+3 = 15$. Из теоремы Пифагора для треугольника CDN следует, что $DN = \sqrt{CN^2 - CD^2} = \sqrt{39^2 - 15^2} = 36$. Тогда $BC = AD = 36+7 = 43$ и $S_{ABCD} = 15 \cdot 43 = 645$.

Как известно, площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов. Тогда

$$S_{MNC} = S_{ABCD} - S_{AMN} - S_{BCM} - S_{DNC} = 645 - \frac{12 \cdot 7}{2} - \frac{3 \cdot 43}{2} - \frac{15 \cdot 36}{2} = 268{,}5. \qquad \square$$

Задача 9.3. Натуральные числа a и b таковы, что a делится на $b+1$ и 43 делится на $a+b$.
(а) *(1 балл)* Укажите любое возможное значение a.
(б) *(3 балла)* Чему может быть равно b? Укажите все возможные варианты.

Ответ: **(а)** любое из чисел 22, 33, 40, 42. **(б)** 1, 3, 10, 21.

Решение. Поскольку 43 — простое число, а $a + b$ — натуральное число, большее 1, получаем, что $a + b = 43$. Значит, $b \leqslant 42$ и $a = 43 - b$.

Из условия следует, что число $b+1$ является делителем числа $a+(b+1) = 44$. Поскольку $b+1$ — натуральное число, большее 1 и меньшее 44, получаем, что $b+1$ может равняться одному из значений $2, 4, 11, 22$.

- Пусть $b + 1 = 2$. Тогда $b = 1$ и $a = 42$.
- Пусть $b + 1 = 4$. Тогда $b = 3$ и $a = 40$.
- Пусть $b + 1 = 11$. Тогда $b = 10$ и $a = 33$.
- Пусть $b + 1 = 22$. Тогда $b = 21$ и $a = 22$.

Легко проверить, что все пары $(42, 1)$, $(40, 3)$, $(33, 10)$, $(22, 21)$ подходят под условие. $\square$

Задача 9.4. На доске нарисована пустая таблица 3×51. Маша хочет заполнить её клетки числами, руководствуясь следующими правилами:

- каждое из чисел $1, 2, 3, \ldots, 153$ должно присутствовать в таблице;
- в левой нижней клетке таблицы должно стоять число 1;
- для любого натурального $a \leqslant 152$ числа a и $a + 1$ должны стоять в соседних по стороне клетках.

(а) *(1 балл)* Какое наибольшее число может стоять в клетке, соседней по стороне с числом 1?

(б) *(3 балла)* Назовём клетку таблицы *хорошей,* если в ней может оказаться число 153. Сколько всего хороших клеток?

Ответ: **(а)** 152. **(б)** 76.

Решение. Раскрасим таблицу в чёрный и белый цвета так, чтобы клетка, в которой должно стоять число 1, оказалась чёрной. Третье правило в условии означает, что последовательные числа в таблице стоят «змейкой», а цвета их клеток чередуются, то есть все нечётные числа, включая 153, тоже будут в клетках чёрного цвета.

1														

(а) Мы уже поняли, что число 153 в клетке, соседней с 1, оказаться не может. Докажем, что 152 — может. Для этого достаточно привести подходящую расстановку чисел:

153	150	149	146	145	142	141		65	62	61	58	57	54	53
152	151	148	147	144	143	140		64	63	60	59	56	55	52
1	2	3	4	5	6	7		45	46	47	48	49	50	51

(б) Число 153 может оказаться в любой чёрной клетке (в указанной выше раскраске), кроме той, в которой должно стоять число 1. Приведём серию соответствующих примеров. Для верхней строки:

149	150	151	152	153	142	141		65	62	61	58	57	54	53
148	147	146	145	144	143	140		64	63	60	59	56	55	52
1	2	3	4	5	6	7		45	46	47	48	49	50	51

Для средней строки:

147	146	145	144	143	142	141		65	62	61	58	57	54	53
148	149	150	151	152	153	140		64	63	60	59	56	55	52
1	2	3	4	5	6	7		45	46	47	48	49	50	51

Для нижней строки:

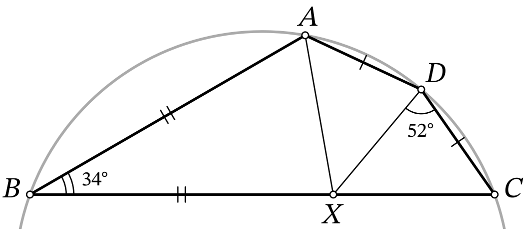
3	4	5	6	7	8	9		47	48	49	50	51	52	53
2	149	148	147	146	145	142		66	65	62	61	58	57	54
1	150	151	152	153	144	143		67	64	63	60	59	56	55

Если исключить клетку с числом 1, то чёрных и белых клеток поровну (например, потому что любая «змейка» разбивается на пары соседних разноцветных клеток). Значит, хороших клеток ровно 76. □

Задача 9.5. Стороны AD и DC вписанного четырёхугольника $ABCD$ равны. На стороне BC отмечена точка X так, что $AB = BX$. Известно, что $\angle B = 34°$, $\angle XDC = 52°$.

(а) *(1 балл)* Сколько градусов составляет угол AXC?

(б) *(3 балла)* Сколько градусов составляет угол ACB?



Ответ: **(а)** 107°. **(б)** 47°.

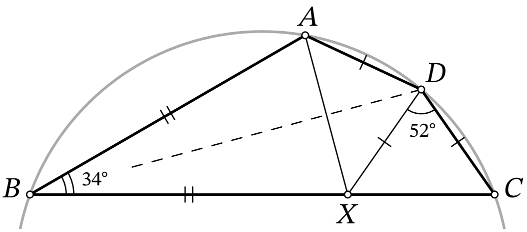


Рис. 5: к решению задачи 9.5

Решение. По условию $AB = BX$ и $\angle B = 34°$, поэтому $\angle AXB = \angle XAB = \frac{1}{2}(180° - 34°) = 73°$. Тогда $\angle AXC = 180° - 73° = 107°$.

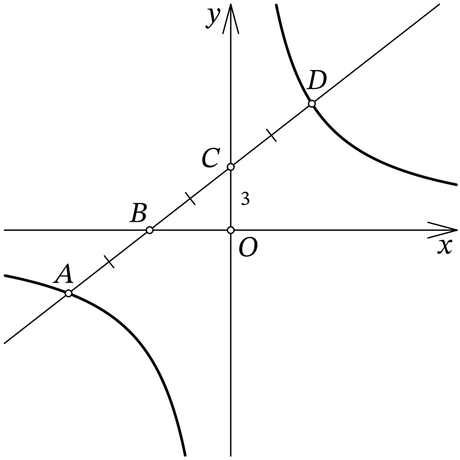
Поскольку $AD = DC$, получаем, что дуги AD и DC равны. Это означает, что BD — биссектриса угла ABC. Из равенства треугольников ABD и XBD следует, что $XD = AD = CD$ (рис. 5).

Поскольку четырёхугольник $ABCD$ является вписанным, $\angle ACD = \angle ABD = \frac{1}{2} \cdot 34° = 17°$. Так как $XD = CD$ и $\angle XDC = 52°$, получаем, что $\angle XCD = \angle CXD = \frac{1}{2}(180° - 52°) = 64°$. Имеем

$$\angle ACB = \angle XCD - \angle ACD = 64° - 17° = 47°. \qquad \square$$

Замечание. Также угол ACX можно было найти с помощью соображения о том, что точка D является центром описанной окружности треугольника ACX.

Задача 9.6. График прямой $y = kx + l$ пересекает ось Ox в точке B, ось Oy — в точке C, график функции $y = 1/x$ — в точках A и D, как изображено на рисунке. Оказалось, что $AB = BC = CD$. Найдите k, если известно, что $OC = 3$.



Ответ: 18.

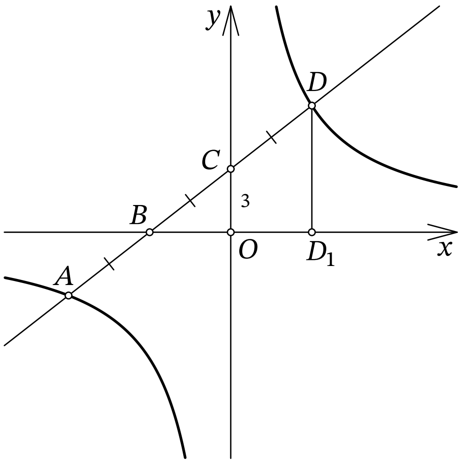


Рис. 6: к решению задачи 9.6

Решение. Проведём через точку D прямую, параллельную оси Oy; пусть она пересекает ось Ox в точке D_1 (рис. 6). Легко видеть, что отрезок OC является средней линией в треугольнике BDD_1, поэтому $DD_1 = 2 \cdot OC = 2 \cdot 3 = 6$.

Точка D лежит на графике $y = 1/x$ и имеет ординату 6, поэтому её координаты $(\frac{1}{6}; 6)$. Прямая $y = kx + l$ проходит через точки $C(0; 3)$ и $D(\frac{1}{6}; 6)$, следовательно,

$$k = \frac{6 - 3}{\frac{1}{6} - 0} = 18. \qquad \square$$

Другое решение. Заметим, что $l = OC = 3$, т. е. уравнение прямой имеет вид $y = kx + 3$. Тогда координаты точек A и D являются решениями системы уравнений

$$\begin{cases} y = kx + 3, \\ y = \dfrac{1}{x}. \end{cases}$$

Приравниванием правых частей уравнений эта система сводится к решению квадратного уравнения

$$kx^2 + 3x - 1 = 0.$$

Пусть x_0 — абсцисса точки D. Отсюда следует, что $-2x_0$ — абсцисса точки A. При этом оба этих числа являются корнями указанного квадратного уравнения. Из теоремы Виета следует, что

$$\begin{cases} x_0 - 2x_0 = -\dfrac{3}{k}, \\ x_0 \cdot (-2x_0) = -\dfrac{1}{k}. \end{cases}$$

Это эквивалентно тому, что

$$\begin{cases} x_0 = \dfrac{3}{k}, \\ x_0^2 = \dfrac{1}{2k}. \end{cases}$$

Отсюда извлекаем, что $9/k^2 = 1/2k$, т. е. $18/k = 1$ и $k = 18$. □

Задача 9.7. Перед сладкоежкой лежат пять коробок с конфетами: в первой коробке 11 конфет, во второй — 22 конфеты, в третьей — 33 конфеты, в четвёртой — 44 конфеты, в пятой — 55 конфет. За один ход сладкоежка может взять из одной коробки четыре конфеты и разложить их по одной конфете в оставшиеся четыре коробки.

В любой момент сладкоежка может забрать конфеты из любой коробки и уйти. Какое наибольшее количество конфет он сможет забрать?

Ответ: 159.

Решение. Рассмотрим количества конфет в коробках. Изначально это 5 натуральных чисел, дающих различные остатки при делении на 5. Докажем, что пока сладкоежка не заберёт конфеты из какой-либо коробки, эти 5 чисел всегда дают различные остатки при делении на 5. Для этого достаточно понять, что разность любых двух из этих 5 чисел никогда не делится на 5.

Пусть в какой-то момент в каких-то двух коробках лежало x и y конфет, причём разность $x-y$ не делится на 5. После того, как сладкоежка как-то переложит конфеты, эта разность будет принимать одно из значений

$$(x+1) - (y+1) = x - y, \quad (x-4) - (y+1) = x - y - 5, \quad (x+1) - (y-4) = x - y + 5.$$

Очевидно, что все они по-прежнему не делятся на 5.

Пусть сладкоежка в какой-то момент забрал все конфеты из одной из коробок. Посмотрим на оставшиеся четыре коробки: общее количество конфет в них не меньше, чем сумма остатков при делении на 5 соответствующих чисел. Таким образом, в них осталось хотя бы $0+1+2+3=6$ конфет. Соответственно, сладкоежка забрал не более $11+22+33+44+55-6=159$ конфет.

Теперь приведём пример, как сладкоежка может забрать ровно 159 конфет. Пусть он перекладывает по 4 конфеты из первых четырёх коробок, пока это возможно (то есть пока хотя бы в одной из этих коробок есть хотя бы 4 конфеты). Этот процесс рано или поздно закончится, ведь с каждым таким ходом общее количество конфет в первых четырёх коробках уменьшается ровно на 1 (в одной коробке количество конфет уменьшается на 4, а в трёх оставшихся — увеличивается на 1).

В тот момент, когда такой процесс закончится, в каждой из первых четырёх коробок будет от 0 до 3 конфет. Но мы доказали ранее, что количества конфет в этих четырёх коробках должны давать разные остатки при делении на 5. Отсюда следует, что в одной коробке лежит 0 конфет, в другой — 1, в третьей — 2, в четвёртой — 3 конфеты. Значит, остальные 159 конфет лежат в пятой коробке, их сладкоежка и заберёт. □

Задача 9.8. Для действительных чисел x и y определим операцию $\star$ следующим образом: $x \star y = xy + 4y - 3x$.

Вычислите значение выражения

$$((\ldots(((2022 \star 2021) \star 2020) \star 2019) \star \ldots) \star 2) \star 1.$$

Ответ: 12.

Решение. Обозначим $t = (\ldots(((2022 \star 2021) \star 2020) \star 2019) \star \ldots) \star 4$. Тогда значение выражения из условия задачи равно

$$\begin{aligned}((t \star 3) \star 2) \star 1 &= ((3t + 12 - 3t) \star 2) \star 1 = 12 \star 2 \star 1 = \\ &= (24 + 8 - 36) \star 1 = (-4) \star 1 = -4 + 4 + 12 = 12.\end{aligned}$$

□

9 класс

Вариант 9.1.1. Ученики 9 «А», 9 «Б», 9 «В» собрались на линейку. Марья Ивановна решила посчитать количество присутствующих из каждого класса. У неё получилось, что на линейке было 27 учеников из 9 «А», 29 учеников из 9 «Б» и 30 учеников из 9 «В». А Илья Григорьевич решил посчитать сразу общее количество присутствующих из всех трёх классов — у него получилось 96 учеников.

Оказалось, что при подсчёте численности каждого класса Марья Ивановна ошиблась не более чем на 2. А при подсчёте общей численности Илья Григорьевич ошибся не более чем на 4.

Сколько учеников из 9 «А» присутствовало на линейке?

Ответ: 29.

Вариант 9.1.2. Ученики 9 «А», 9 «Б», 9 «В» собрались на линейку. Марья Ивановна решила посчитать количество присутствующих из каждого класса. У неё получилось, что на линейке было 27 учеников из 9 «А», 29 учеников из 9 «Б» и 30 учеников из 9 «В». А Илья Григорьевич решил посчитать сразу общее количество присутствующих из всех трёх классов — у него получилось 96 учеников.

Оказалось, что при подсчёте численности каждого класса Марья Ивановна ошиблась не более чем на 2. А при подсчёте общей численности Илья Григорьевич ошибся не более чем на 4.

Сколько учеников из 9 «Б» присутствовало на линейке?

Ответ: 31.

Вариант 9.1.3. Ученики 9 «А», 9 «Б», 9 «В» собрались на линейку. Марья Ивановна решила посчитать количество присутствующих из каждого класса. У неё получилось, что на линейке было 26 учеников из 9 «А», 28 учеников из 9 «Б» и 29 учеников из 9 «В». А Илья Григорьевич решил посчитать сразу общее количество присутствующих из всех трёх классов — у него получилось 93 ученика.

Оказалось, что при подсчёте численности каждого класса Марья Ивановна ошиблась не более чем на 2. А при подсчёте общей численности Илья Григорьевич ошибся не более чем на 4.

Сколько учеников из 9 «А» присутствовало на линейке?

Ответ: 28.

Вариант 9.1.4. Ученики 9 «А», 9 «Б», 9 «В» собрались на линейку. Марья Ивановна решила посчитать количество присутствующих из каждого класса. У неё получилось, что на линейке было 26 учеников из 9 «А», 28 учеников из 9 «Б» и 29 учеников из 9 «В».

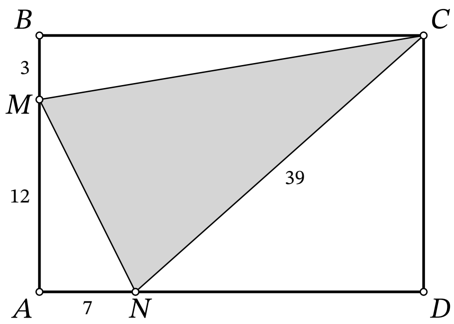
А Илья Григорьевич решил посчитать сразу общее количество присутствующих из всех трёх классов — у него получилось 93 ученика.

Оказалось, что при подсчёте численности каждого класса Марья Ивановна ошиблась не более чем на 2. А при подсчёте общей численности Илья Григорьевич ошибся не более чем на 4.

Сколько учеников из 9 «Б» присутствовало на линейке?

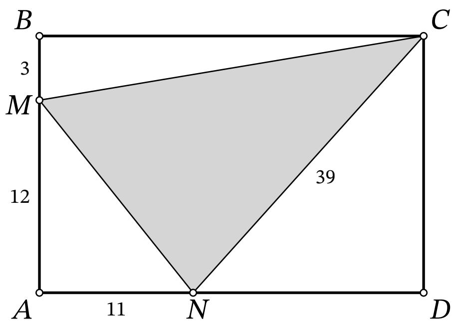
Ответ: 30.

Вариант 9.2.1. На сторонах AB и AD прямоугольника $ABCD$ отмечены точки M и N соответственно. Известно, что $AN = 7$, $NC = 39$, $AM = 12$, $MB = 3$.
(а) *(1 балл)* Найдите площадь прямоугольника $ABCD$.
(б) *(3 балла)* Найдите площадь треугольника MNC.



Ответ: **(а)** 645. **(б)** 268,5.

Вариант 9.2.2. На сторонах AB и AD прямоугольника $ABCD$ отмечены точки M и N соответственно. Известно, что $AN = 11$, $NC = 39$, $AM = 12$, $MB = 3$.
(а) *(1 балл)* Найдите площадь прямоугольника $ABCD$.
(б) *(3 балла)* Найдите площадь треугольника MNC.

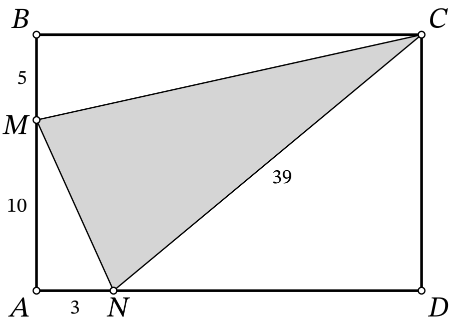


Ответ: **(а)** 705. **(б)** 298,5.

Вариант 9.2.3. На сторонах AB и AD прямоугольника $ABCD$ отмечены точки M и N соответственно. Известно, что $AN = 3$, $NC = 39$, $AM = 10$, $MB = 5$.

(а) *(1 балл)* Найдите площадь прямоугольника $ABCD$.

(б) *(3 балла)* Найдите площадь треугольника MNC.

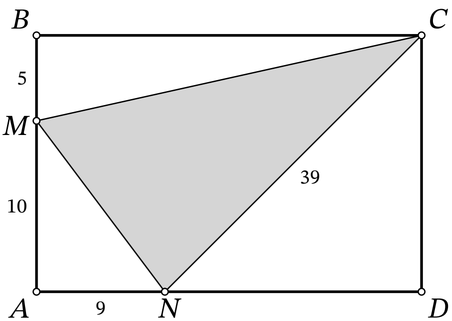


Ответ: **(а)** 585. **(б)** 202,5.

Вариант 9.2.4. На сторонах AB и AD прямоугольника $ABCD$ отмечены точки M и N соответственно. Известно, что $AN = 9$, $NC = 39$, $AM = 10$, $MB = 5$.

(а) *(1 балл)* Найдите площадь прямоугольника $ABCD$.

(б) *(3 балла)* Найдите площадь треугольника MNC.



Ответ: **(а)** 675. **(б)** 247,5.

Вариант 9.3.1. Натуральные числа a и b таковы, что a делится на $b + 1$ и 43 делится на $a + b$.

(а) *(1 балл)* Укажите любое возможное значение a.

(б) *(3 балла)* Чему может быть равно b? Укажите все возможные варианты.

Ответ: **(а)** любое из чисел 22, 33, 40, 42. **(б)** 1, 3, 10, 21.

Вариант 9.3.2. Натуральные числа a и b таковы, что a делится на $b+1$ и 67 делится на $a+b$.

(а) *(1 балл)* Укажите любое возможное значение a.

(б) *(3 балла)* Чему может быть равно b? Укажите все возможные варианты.

Ответ: **(а)** любое из чисел 34, 51, 64, 66. **(б)** 1, 3, 16, 33.

Вариант 9.4.1. На доске нарисована пустая таблица 3×51. Маша хочет заполнить её клетки числами, руководствуясь следующими правилами:

- каждое из чисел $1, 2, 3, \ldots, 153$ должно присутствовать в таблице;
- в левой нижней клетке таблицы должно стоять число 1;
- для любого натурального $a \leqslant 152$ числа a и $a+1$ должны стоять в соседних по стороне клетках.

(а) *(1 балл)* Какое наибольшее число может стоять в клетке, соседней по стороне с числом 1?

(б) *(3 балла)* Назовём клетку таблицы *хорошей,* если в ней может оказаться число 153. Сколько всего хороших клеток?

Ответ: **(а)** 152. **(б)** 76.

Вариант 9.4.2. На доске нарисована пустая таблица 3×53. Маша хочет заполнить её клетки числами, руководствуясь следующими правилами:

- каждое из чисел $1, 2, 3, \ldots, 159$ должно присутствовать в таблице;
- в левой нижней клетке таблицы должно стоять число 1;
- для любого натурального $a \leqslant 158$ числа a и $a+1$ должны стоять в соседних по стороне клетках.

(а) *(1 балл)* Какое наибольшее число может стоять в клетке, соседней по стороне с числом 1?

(б) *(3 балла)* Назовём клетку таблицы *хорошей,* если в ней может оказаться число 159. Сколько всего хороших клеток?

Ответ: **(а)** 158. **(б)** 79.

Вариант 9.4.3. На доске нарисована пустая таблица 3×55. Маша хочет заполнить её клетки числами, руководствуясь следующими правилами:

- каждое из чисел $1, 2, 3, \ldots, 165$ должно присутствовать в таблице;
- в левой нижней клетке таблицы должно стоять число 1;

- для любого натурального $a \leqslant 164$ числа a и $a + 1$ должны стоять в соседних по стороне клетках.

(а) *(1 балл)* Какое наибольшее число может стоять в клетке, соседней по стороне с числом 1?

(б) *(3 балла)* Назовём клетку таблицы *хорошей,* если в ней может оказаться число 165. Сколько всего хороших клеток?

Ответ: **(а)** 164. **(б)** 82.

Вариант 9.4.4. На доске нарисована пустая таблица 3×57. Маша хочет заполнить её клетки числами, руководствуясь следующими правилами:

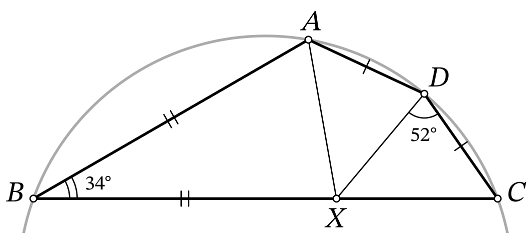
- каждое из чисел $1, 2, 3, \ldots, 171$ должно присутствовать в таблице;
- в левой нижней клетке таблицы должно стоять число 1;
- для любого натурального $a \leqslant 170$ числа a и $a + 1$ должны стоять в соседних по стороне клетках.

(а) *(1 балл)* Какое наибольшее число может стоять в клетке, соседней по стороне с числом 1?

(б) *(3 балла)* Назовём клетку таблицы *хорошей,* если в ней может оказаться число 171. Сколько всего хороших клеток?

Ответ: **(а)** 170. **(б)** 85.

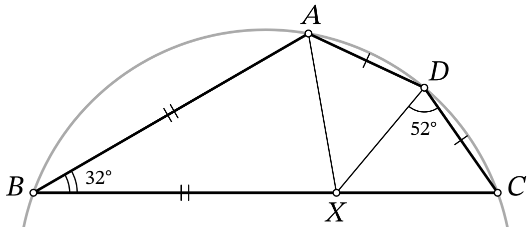
Вариант 9.5.1. Стороны AD и DC вписанного четырёхугольника $ABCD$ равны. На стороне BC отмечена точка X так, что $AB = BX$. Известно, что $\angle B = 34^\circ$, $\angle XDC = 52^\circ$.
(а) *(1 балл)* Сколько градусов составляет угол AXC?
(б) *(3 балла)* Сколько градусов составляет угол ACB?



Ответ: **(а)** 107°. **(б)** 47°.

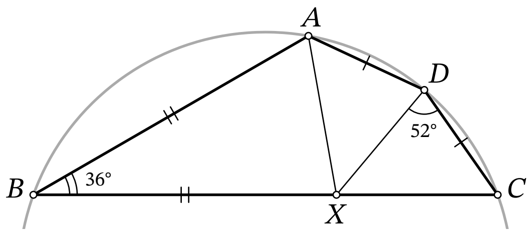
Вариант 9.5.2. Стороны AD и DC вписанного четырёхугольника $ABCD$ равны. На стороне BC отмечена точка X так, что $AB = BX$. Известно, что $\angle B = 32^\circ$, $\angle XDC = 52^\circ$.

(а) *(1 балл)* Сколько градусов составляет угол AXC?
(б) *(3 балла)* Сколько градусов составляет угол ACB?



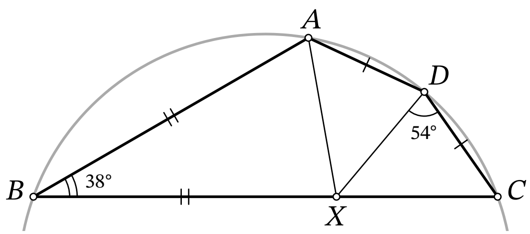
Ответ: **(а)** 106°. **(б)** 48°.

Вариант 9.5.3. Стороны AD и DC вписанного четырёхугольника $ABCD$ равны. На стороне BC отмечена точка X так, что $AB = BX$. Известно, что $\angle B = 36°$, $\angle XDC = 52°$.
(а) *(1 балл)* Сколько градусов составляет угол AXC?
(б) *(3 балла)* Сколько градусов составляет угол ACB?



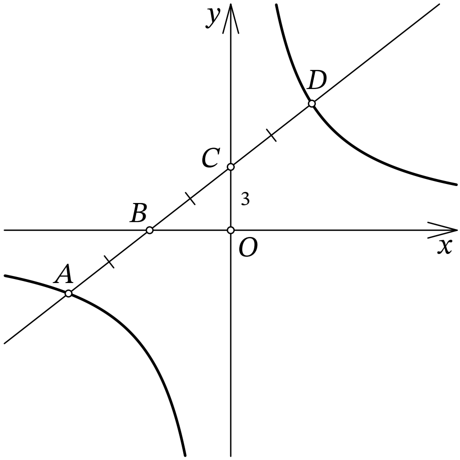
Ответ: **(а)** 108°. **(б)** 46°.

Вариант 9.5.4. Стороны AD и DC вписанного четырёхугольника $ABCD$ равны. На стороне BC отмечена точка X так, что $AB = BX$. Известно, что $\angle B = 38°$, $\angle XDC = 54°$.
(а) *(1 балл)* Сколько градусов составляет угол AXC?
(б) *(3 балла)* Сколько градусов составляет угол ACB?



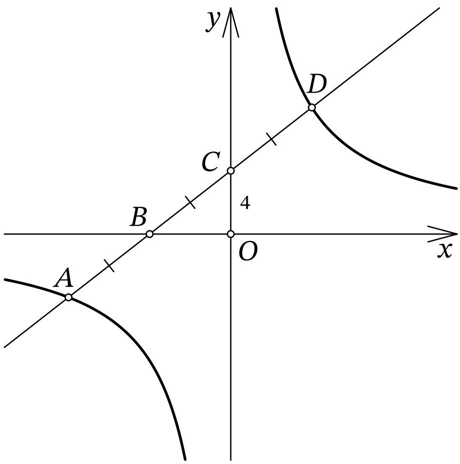
Ответ: **(а)** 109°. **(б)** 44°.

Вариант 9.6.1. График прямой $y = kx + l$ пересекает ось Ox в точке B, ось Oy — в точке C, график функции $y = 1/x$ — в точках A и D, как изображено на рисунке. Оказалось, что $AB = BC = CD$. Найдите k, если известно, что $OC = 3$.



Ответ: 18.

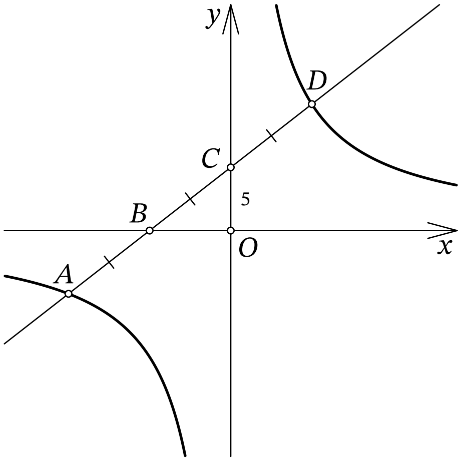
Вариант 9.6.2. График прямой $y = kx + l$ пересекает ось Ox в точке B, ось Oy — в точке C, график функции $y = 1/x$ — в точках A и D, как изображено на рисунке. Оказалось, что $AB = BC = CD$. Найдите k, если известно, что $OC = 4$.



Ответ: 32.

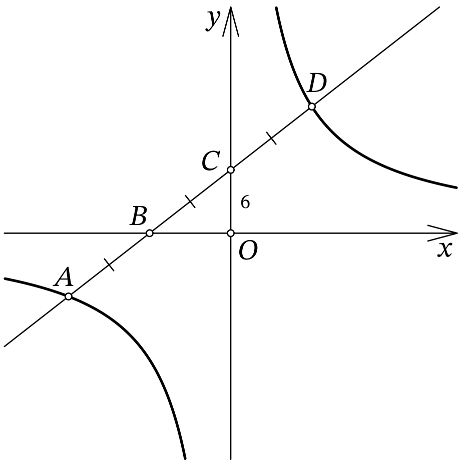
Вариант 9.6.3. График прямой $y = kx + l$ пересекает ось Ox в точке B, ось Oy — в точке

C, график функции $y = 1/x$ — в точках A и D, как изображено на рисунке. Оказалось, что $AB = BC = CD$. Найдите k, если известно, что $OC = 5$.



Ответ: 50.

Вариант 9.6.4. График прямой $y = kx + l$ пересекает ось Ox в точке B, ось Oy — в точке C, график функции $y = 1/x$ — в точках A и D, как изображено на рисунке. Оказалось, что $AB = BC = CD$. Найдите k, если известно, что $OC = 6$.



Ответ: 72.

Вариант 9.7.1. Перед сладкоежкой лежат пять коробок с конфетами: в первой коробке 11 конфет, во второй — 22 конфеты, в третьей — 33 конфеты, в четвёртой — 44 конфеты, в пятой — 55 конфет. За один ход сладкоежка может взять из одной коробки четыре конфеты и разложить их по одной конфете в оставшиеся четыре коробки.

В любой момент сладкоежка может забрать конфеты из любой коробки и уйти. Какое наибольшее количество конфет он сможет забрать?

Ответ: 159.

Вариант 9.7.2. Перед сладкоежкой лежат пять коробок с конфетами: в первой коробке 13 конфет, во второй — 26 конфет, в третьей — 39 конфет, в четвёртой — 52 конфеты, в пятой — 65 конфет. За один ход сладкоежка может взять из одной коробки четыре конфеты и разложить их по одной конфете в оставшиеся четыре коробки.

В любой момент сладкоежка может забрать конфеты из любой коробки и уйти. Какое наибольшее количество конфет он сможет забрать?

Ответ: 189.

Вариант 9.7.3. Перед сладкоежкой лежат пять коробок с конфетами: в первой коробке 17 конфет, во второй — 34 конфеты, в третьей — 51 конфета, в четвёртой — 68 конфет, в пятой — 85 конфет. За один ход сладкоежка может взять из одной коробки четыре конфеты и разложить их по одной конфете в оставшиеся четыре коробки.

В любой момент сладкоежка может забрать конфеты из любой коробки и уйти. Какое наибольшее количество конфет он сможет забрать?

Ответ: 249.

Вариант 9.7.4. Перед сладкоежкой лежат пять коробок с конфетами: в первой коробке 19 конфет, во второй — 38 конфет, в третьей — 57 конфет, в четвёртой — 76 конфет, в пятой — 95 конфет. За один ход сладкоежка может взять из одной коробки четыре конфеты и разложить их по одной конфете в оставшиеся четыре коробки.

В любой момент сладкоежка может забрать конфеты из любой коробки и уйти. Какое наибольшее количество конфет он сможет забрать?

Ответ: 279.

Вариант 9.8.1. Для действительных чисел x и y определим операцию $\star$ следующим образом: $x \star y = xy + 4y - 3x$.

Вычислите значение выражения

$$((\ldots(((2022 \star 2021) \star 2020) \star 2019) \star \ldots) \star 2) \star 1.$$

Ответ: 12.

Вариант 9.8.2. Для действительных чисел x и y определим операцию $\star$ следующим образом: $x \star y = xy + 5y - 3x$.

Вычислите значение выражения

$$((\dots(((2022 \star 2021) \star 2020) \star 2019) \star \dots) \star 2) \star 1.$$

Ответ: 15.

Вариант 9.8.3. Для действительных чисел x и y определим операцию $\star$ следующим образом: $x \star y = xy + 6y - 3x$.

Вычислите значение выражения

$$((\dots(((2022 \star 2021) \star 2020) \star 2019) \star \dots) \star 2) \star 1.$$

Ответ: 18.

Вариант 9.8.4. Для действительных чисел x и y определим операцию $\star$ следующим образом: $x \star y = xy + 7y - 3x$.

Вычислите значение выражения

$$((\dots(((2022 \star 2021) \star 2020) \star 2019) \star \dots) \star 2) \star 1.$$

Ответ: 21.