

7 класс (32 балла)

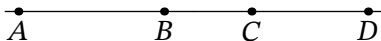
Задача 7.1. Малыш может самостоятельно съесть торт за 30 минут, а Карлсон — за 6 минут.

- (а) (2 балла) Малыш и Карлсон нашли 12 тортов и решили их съесть. Малыш съел несколько тортов; за это же время Карлсон успел съесть все остальные. Сколько тортов съел Карлсон?
- (б) (2 балла) За сколько минут Малыш и Карлсон съели бы один торт, если бы действовали сообща?

Задача 7.2. Четырёхзначное число N состоит из ненулевых цифр, сумма которых равна 20. Известно, что сумма третьей и четвёртой цифры числа N делится на его вторую цифру (нумерация цифр начинается слева).

- (а) (2 балла) Какое наименьшее значение может принимать N ?
- (б) (2 балла) Какое наибольшее значение может принимать N ?

Задача 7.3. На прямой отмечены точки A, B, C и D . Получилось шесть отрезков: AB, BC, CD, AC, BD, AD . Кирилл измерил длины пяти из этих отрезков и выписал получившиеся числа в порядке возрастания: 1, 4, 5, 10, 14.



- (а) (2 балла) Укажите любое возможное значение длины шестого отрезка.
- (б) (2 балла) Чему может равняться длина шестого отрезка? Укажите все возможные варианты.

Задача 7.4. У Кирилла, Льва, Миши и Николая есть несколько монет, в сумме всего 48. Они сделали следующие заявления:

- Кирилл: «У меня монет в 2 раза меньше, чем у остальных в сумме»;
- Лев: «У меня монет в 3 раза меньше, чем у остальных в сумме»;
- Миша: «У меня монет в 4 раза меньше, чем у остальных в сумме»;
- Коля: «У меня монет в 5 раз меньше, чем у остальных в сумме».

Известно, что ровно один из них обманул.

- (а) (1 балл) Кто из ребят обманул?
- (б) (3 балла) Сколько монет у того, кто обманул?

Задача 7.5. На рисунке изображены пять прямоугольников, площади четырёх из них указаны. Найдите площадь пятого прямоугольника.

3	?	9
21		14

Задача 7.6. В корзине лежат:

- яблоки: 5 красных, 12 жёлтых и 16 зелёных;
- груши: 14 красных, 13 жёлтых и 8 зелёных.

(а) (2 балла) При каком наименьшем k среди произвольно выбранных k фруктов обязательно найдутся одноцветные яблоко и груша?

(б) (2 балла) При каком наименьшем k среди произвольно выбранных k фруктов обязательно найдутся разноцветные яблоко и груша?

Задача 7.7. Знакопеременная сумма цифр числа — это его сумма цифр, в которой у каждой следующей цифры стоит знак, противоположный знаку у предыдущей цифры. Например,

- у числа 123 знакопеременная сумма цифр равна $1 - 2 + 3 = 2$;
- у числа 12 знакопеременная сумма цифр равна $1 - 2 = -1$;
- у числа 1 знакопеременная сумма цифр равна 1.

Отличник Денис вычислил знакопеременную сумму цифр для всех натуральных чисел от 1 до 999 включительно, а затем сложил все полученные результаты. Какое число получил Денис?

Задача 7.8. На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, лжецы, которые всегда лгут, и хитрецы, которые могут говорить что угодно.

Однажды 30 островитян встали в круг. Каждого из них спросили: «Есть ли среди двух твоих соседей хотя бы один хитрец?». Было получено 13 ответов «Да» и 17 ответов «Нет». Какое наибольшее количество лжецов может быть среди этих 30 островитян?