

Разбор заданий пригласительного этапа ВсОШ по математике

для 4 класса

2022/23 учебный год

Максимальное количество баллов — 8

Задание № 1.1

Условие:

У гнома Бинго есть шесть носков, показанных на рисунке. Бинго может пойти гулять только в тех носках, которые имеют два общих цвета. Кошка стащила у Бинго два носка, и теперь он не может найти подходящую пару для прогулки. Какие носки стащила кошка?

Ответ:



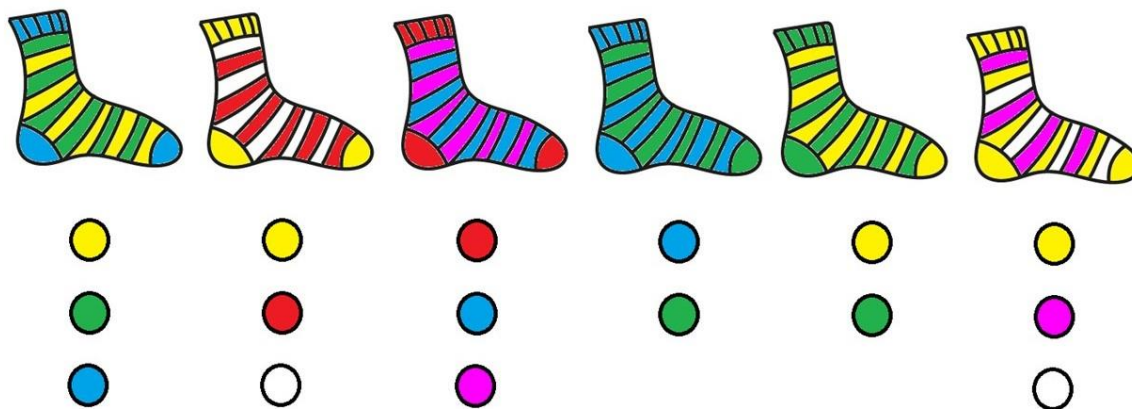
ИЛИ



Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Отметим, какие цвета используются в каждом носке:



Отсюда видно, что у первого носка совпадают по два цвета с четвертым и пятым. Значит, кошка стащила либо один, либо два из этих трёх. Также совпадают два цвета у второго и шестого. Значит, одного носка из этой пары тоже нет. Тогда из первой найденной нами тройки отсутствует только один носок. Следовательно, это обязательно первый носок.



Задание № 1.2

Условие:

У гнома Бинго есть шесть носков, показанных на рисунке. Бинго может пойти гулять только в тех носках, которые имеют два общих цвета. Кошка стащила у Бинго два носка, и теперь он не может найти подходящую пару для прогулки. Какие носки стащила кошка?

Ответ:



ИЛИ



Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 1.1.

Задание № 1.3

Условие:

У гнома Бинго есть шесть носков, показанных на рисунке. Бинго может пойти гулять только в тех носках, которые имеют два общих цвета. Кошка стащила у Бинго два носка, и теперь он не может найти подходящую пару для прогулки. Какие носки стащила кошка?

Ответ:



ИЛИ



Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 1.1.

Задание № 1.4

Условие:

У гнома Бинго есть шесть носков, показанных на рисунке. Бинго может пойти гулять только в тех носках, которые имеют два общих цвета. Кошка стащила у Бинго два носка, и теперь он не может найти подходящую пару для прогулки. Какие носки стащила кошка?

Ответ:



ИЛИ



Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 1.1.

Задание № 2.1

Условие:

Саша с Колей играли в «Морской бой» на поле 10×10 клеток. В игре у каждого 4 однопалубных корабля (\square), 3 двухпалубных ($\square\square$), 2 трёхпалубных ($\square\square\square$) и 1 четырёхпалубный ($\square\square\square\square$). Корабли расставляются каждым игроком на своём поле так, чтобы они не соприкасались даже углами. Называя по очереди клетки поля, игрокам нужно определить, где находятся корабли соперника. На рисунке синим цветом показаны некоторые корабли Саши, которые обнаружил Коля. Крестиками отмечены клетки, которые Коля уже называл, но кораблей там не оказалось. Какую клетку нужно назвать Коле, чтобы гарантировано попасть в Сашин корабль, положение которого ещё неизвестно?

Ответ:

к					×				×	
и			■						■	
з			■				■		■	
ж	■	×							■	
е					●					
д			×					■	×	
г			■					■		
в	×				×		×			
б		■	■	■		■				
а					■				■	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

На доске уже определено положение четырёх однопалубных, трёх двухпалубных, двух трёхпалубных кораблей. Значит, остался единственный, положение которого еще неизвестно — четырёхпалубный. Отметим жёлтым все клетки, на которых не может стоять корабль (см. рисунок). После этого видно, что единственная клетка, которая обязательно занята кораблём при любом его расположении — это е6.

к					х				х	
и										
з										
ж	х									
е										
д			х						х	
г										
в	х				х		х			
б										
а										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Задание № 2.2

Условие:

Саша с Колей играли в «Морской бой» на поле 10×10 клеток. В игре у каждого 4 однопалубных корабля (\square), 3 двухпалубных ($\square\square$), 2 трёхпалубных ($\square\square\square$) и 1 четырёхпалубный ($\square\square\square\square$). Корабли расставляются каждым игроком на своём поле так, чтобы они не соприкасались даже углами. Называя по очереди клетки поля, игрокам нужно определить, где находятся корабли соперника. На рисунке синим цветом показаны некоторые корабли Саши, которые обнаружил Коля. Крестиками отмечены клетки, которые Коля уже называл, но кораблей там не оказалось. Какую клетку нужно назвать Коле, чтобы гарантировано попасть в Сашин корабль, положение которого ещё неизвестно?

Ответ:

к										
и							×			
з	×									
ж	×				×					
е									×	
д						×				
г				✓						
в	×									
б										
а									×	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 2.1.

Задание № 2.3

Условие:

Саша с Колей играли в «Морской бой» на поле 10×10 клеток. В игре у каждого 4 однопалубных корабля (□), 3 двухпалубных (□□), 2 трёхпалубных (□□□) и 1 четырёхпалубный (□□□□). Корабли расставляются каждым игроком на своём поле так, чтобы они не соприкасались даже углами. Называя по очереди клетки поля, игрокам нужно определить, где находятся корабли соперника. На рисунке синим цветом показаны некоторые корабли Саши, которые обнаружил Коля. Крестиками отмечены клетки, которые Коля уже называл, но кораблей там не оказалось. Какую клетку нужно назвать Коле, чтобы гарантировано попасть в Сашин корабль, положение которого ещё неизвестно?

Ответ:

к		×								
и		×					×			
э										
ж		×								
е	×									
д						×	✓			
г			×							
в										
б										
а										×
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Точное совпадение ответа — 1 балл

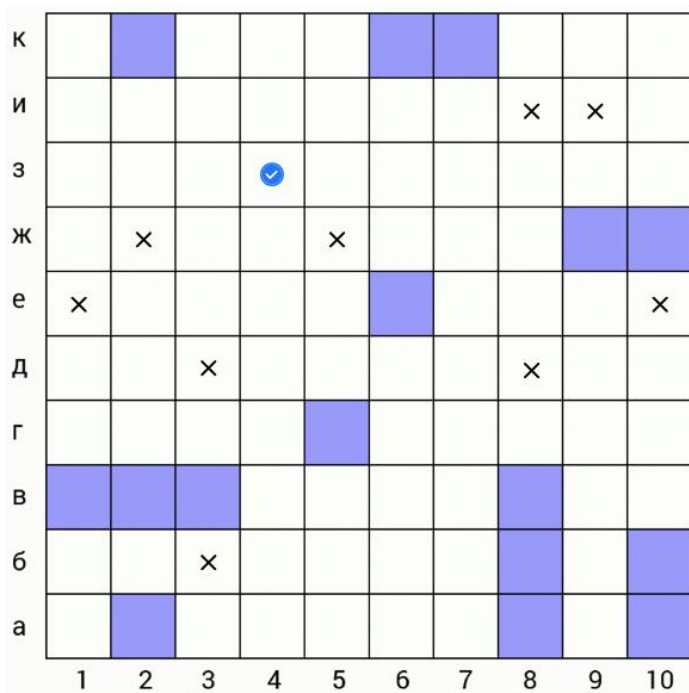
Решение по аналогии с заданием № 2.1.

Задание № 2.4

Условие:

Саша с Колей играли в «Морской бой» на поле 10×10 клеток. В игре у каждого 4 однопалубных корабля (\square), 3 двухпалубных ($\square\square$), 2 трёхпалубных ($\square\square\square$) и 1 четырёхпалубный ($\square\square\square\square$). Корабли расставляются каждым игроком на своём поле так, чтобы они не соприкасались даже углами. Называя по очереди клетки поля, игрокам нужно определить, где находятся корабли соперника. На рисунке синим цветом показаны некоторые корабли Саши, которые обнаружил Коля. Крестиками отмечены клетки, которые Коля уже называл, но кораблей там не оказалось. Какую клетку нужно назвать Коле, чтобы гарантировано попасть в Сашин корабль, положение которого ещё неизвестно?

Ответ:



Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 2.1.

Задание № 3.1

Условие:

Бабушка вышивает имена своих внуков на их полотенцах. Имя «АННА» она вышила за 20 минут, а имя «ЛИНА» — за 16 минут. На одинаковые буквы она тратит одинаковое время, на разные — возможно, разное. За какое время она вышьет имя «ЛИЛИ»?

Ответ выразите в минутах.

Ответ: 12

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Поскольку на одинаковые буквы бабушка тратит одинаковое время, на слог «НА» она потратит $20 : 2 = 10$ минут. Тогда на слог «ЛИ» она потратит $16 - 10 = 6$ минут. Отсюда на имя «ЛИЛИ» она потратит $6 + 6 = 12$ минут.

Задание № 3.2

Условие:

Машенька подписывает красивыми буквами подарки на Новый год. «МАМА» она написала за 12 минут, а имя «МИЛА» — за 8 минут. На одинаковые буквы она тратит одинаковое время, на разные — возможно, разное. За какое время она напишет имя «ЛИЛИ»?

Ответ выразите в минутах.

Ответ: 4

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 3.1.

Задание № 3.3

Условие:

Петя учит своего кота читать и для этого делает ему таблички со словами, выжигая их. Слово «МАМА» он выжжет за 20 минут, а слово «МИСКА» — за 35 минут. На одинаковые буквы он тратит одинаковое время, на разные — возможно, разное. За какое время он выжжет «КИС КИС»?

Ответ выразите в минутах.

Ответ: 50

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 3.1.

Задание № 3.4

Условие:

Бабушка вышивает имена своих внуков на их полотенцах. Имя «ЛАНА» она вышила за 15 минут, а имя «АЛЛА» — за 12 минут. На одинаковые буквы она тратит одинаковое время, на разные — возможно, разное. За какое время она вышьет имя «НАНА»?

Ответ выразите в минутах.

Ответ: 18

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 3.1.

Задание № 4.1

Условие:

На острове рыцарей, которые всегда говорят правду, и лжецов, которые всегда лгут, построили пятиэтажное здание. На каждом этаже поселился один жилец. Однажды каждый из них сделал одно и то же заявление:

«Выше меня живёт больше лжецов, чем рыцарей ниже меня!»

Сколько лжецов может жить в этом здании?

Ответ: 3

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Заметим, что тот, кто живёт на 5 этаже, заведомо соврал, так как выше него не живёт никто, в том числе и лжецы. Тогда выше живут 0 лжецов, а снизу – 0 или больше рыцарей. Рассмотрим жильца на 1 этаже. Он точно сказал правду, так как ниже него 0 рыцарей, а выше есть как минимум 1 лжец, живущий на 5 этаже.

Теперь обратим внимание на жильца на 4 этаже. Выше него живёт ровно 1 лжец, а ниже – как минимум 1 рыцарь на 1 этаже. Следовательно, его утверждение в любом случае ложно. Значит, он лжец. Тогда живущий на втором этаже аналогично рассуждениям про живущего на 1 этаже — рыцарь. Осталось определить живущего на 3 этаже. Выше него живут 2 лжеца, а ниже — 2 рыцаря. Значит, его утверждение ложно. Поэтому он лжец.

Задание № 4.2

Условие:

На острове рыцарей, которые всегда говорят правду, и лжецов, которые всегда лгут, построили шестиэтажное здание. На каждом этаже поселился один жилец. Однажды каждый из них сделал одно и то же заявление:

«Выше меня живёт меньше лжецов, чем рыцарей ниже меня!»

Сколько лжецов может жить в этом здании?

Ответ: 6

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 4.1.

Задание № 4.3

Условие:

На острове рыцарей, которые всегда говорят правду, и лжецов, которые всегда лгут, построили шестиэтажное здание. На каждом этаже поселился один жилец. Однажды каждый из них сделал одно и то же заявление:

«Выше меня живёт больше лжецов, чем рыцарей ниже меня!»

Сколько лжецов может жить в этом здании?

Ответ: 3

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 4.1.

Задание № 4.4

Условие:

На острове рыцарей, которые всегда говорят правду, и лжецов, которые всегда лгут, построили пятиэтажное здание. На каждом этаже поселился один жилец. Однажды каждый из них сделал одно и то же заявление:

«Ниже меня живёт больше лжецов, чем рыцарей выше меня!»

Сколько рыцарей может жить в этом здании?

Ответ: 2

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 4.1.

Задание № 5.1

Условие:

В верном равенстве заменили одинаковые цифры одинаковыми буквами, а разные цифры — разными буквами. Получилось

$$\text{П} + \text{Р} + \text{А} + \text{З} + \text{Д} + \text{Н} + \text{И} + \text{К} = \text{УУ}.$$

Чему может быть равно У?

Ответ:

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7
- 8
- 9
- 0

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Заметим, что в выражении участвуют 9 различных букв, то есть использованы все цифры, кроме какой-то одной. При этом слева стоит сумма восьми различных однозначных чисел. Сумма всех однозначных чисел равна $0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$. Посмотрим, какие двузначные числа с одинаковыми цифрами могут получиться при суммировании восьми чисел.

$44 = 45 - 1$, $33 = 45 - 12$, $22 = 45 - 23$, $11 = 45 - 34$. Но два последних получиться не могут, поскольку максимальная сумма двух однозначных чисел равна $17 = 8 + 9$. Также не подходит 44 , так как для этого мы должны слева записать все числа, кроме 0 и 1 , тогда $У$ не может быть равна 4 , так как четвёрка уже задействована слева. Вариант 33 вполне подходит. $12 = 3 + 9$, и получаем равенство:

$$0 + 1 + 2 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 33.$$

Задание № 5.2

Условие:

В верном равенстве заменили одинаковые цифры одинаковыми буквами, а разные цифры — разными буквами. Получилось

$$П + О + Б + Е + Д + И + Ш + Ь = АА.$$

Чему может быть равно А?

Ответ:

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7
- 8
- 9
- 0

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 5.1.

Задание № 5.3

Условие:

В верном равенстве заменили одинаковые цифры одинаковыми буквами, а разные цифры — разными буквами. Получилось

$$С + У + П + Е + Р + К + Л + А + Д = АА.$$

Чему может быть равно А?

Ответ:

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7
- 8
- 9
- 0

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 5.1.

Задание № 5.4

Условие:

В верном равенстве заменили одинаковые цифры одинаковыми буквами, а разные цифры — разными буквами. Получилось

$$Г + Р + А + Д + У + С + Н + И + К = ИИ.$$

Чему может быть равно И?

Ответ:

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7
- 8
- 9
- 0

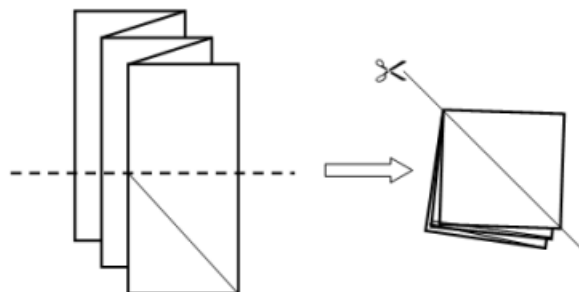
Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 5.1.

Задание № 6.1

Условие:

Лист бумаги сложили гармошкой, как показано на рисунке, а затем ещё пополам по пунктирной линии. После чего разрезали всю получившуюся квадратную стопку по диагонали.



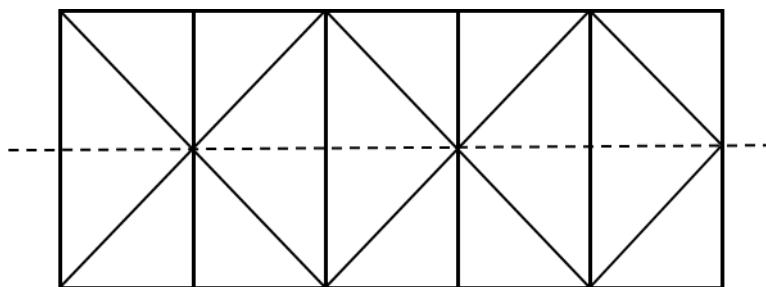
Сколько кусочков бумаги получилось после этого?

Ответ: 9

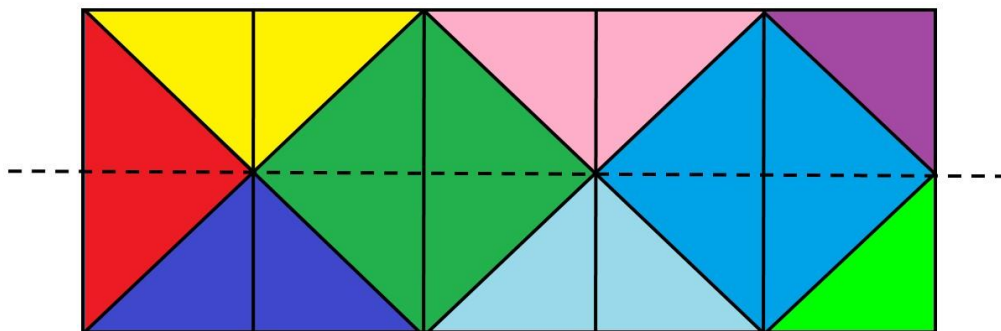
Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Развернём бумажку и отметим линии разрезов.



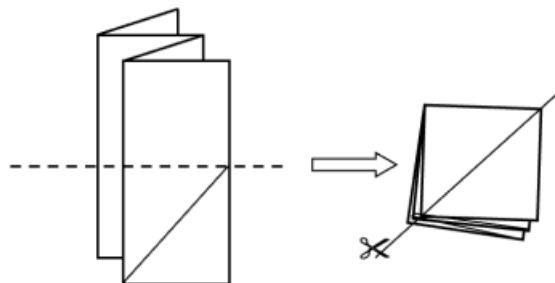
Теперь легко сосчитать получившиеся кусочки. Для удобства подсчёта они выделены цветом.



Задание № 6.2

Условие:

Лист бумаги сложили гармошкой, как показано на рисунке, а затем ещё пополам по пунктирной линии. После чего разрезали всю получившуюся квадратную стопку по диагонали.



Сколько кусочков бумаги получилось после этого?

Ответ: 8

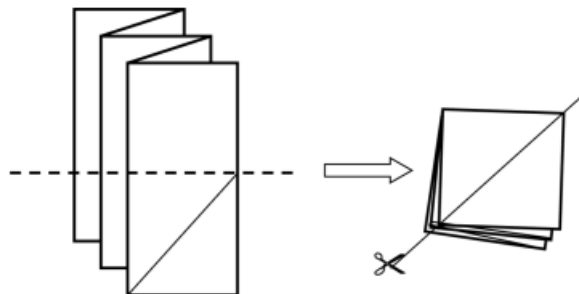
Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 6.1.

Задание № 6.3

Условие:

Лист бумаги сложили гармошкой, как показано на рисунке, а затем ещё пополам по пунктирной линии. После чего разрезали всю получившуюся квадратную стопку по диагонали.



Сколько кусочков бумаги получилось после этого?

Ответ: 9

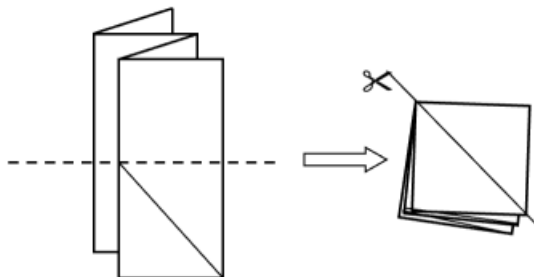
Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 6.1.

Задание № 6.4

Условие:

Лист бумаги сложили гармошкой, как показано на рисунке, а затем ещё пополам по пунктирной линии. После чего разрезали всю получившуюся квадратную стопку по диагонали.



Сколько кусочков бумаги получилось после этого?

Ответ: 7

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 6.1.

Задание № 7.1

Условие:

На Туманной планете в ходу сантики, кубрики и тугрики. При этом 1 сантик можно поменять на 1 кубрик или на 1 тугрик, 1 кубрик — на 3 сантика, а 1 тугрик — на 4 сантика. Никакие другие обмены не разрешены. Весельчак У, имея изначально 1 сантик, совершил 20 обменов, и теперь у него 25 сантиков (и никаких других денег). Сколько раз он менял кубрики на сантики?

Ответ: 6

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Чтобы увеличить число сантиков, нам нужно поменять на них кубрики или тугрики. По сути, мы должны совершить двойной обмен, а именно сначала путем обмена 1 к 1 «превратить» сантик в тугрик или кубрик, а затем уже увеличивать количество монет. Так как общее число обменов равно 20, было проведено 10 «двойных обменов». При обмене кубрика количество монет увеличивается на 2, а при обмене тугрика — на 3. Была 1 монета, стало 25 — их число возросло на 24. Если бы все обмены осуществлялись с использованием кубриков, то количество монет стало бы больше на 20. В нашем случае — на 24, значит, 4 обмена провели через тугрики, а 6 — через кубрики.

Задание № 7.2

Условие:

В городе Абра-Кодабра в ходу фунтики, тубрики и сантики. При этом 1 фунтик можно поменять на 1 тубрик или на 1 сантик, 1 тубрик — на 5 фунтиков, а 1 сантик — на 2 фунтика. Никакие другие обмены не разрешены. Лунтик, имея изначально 1 фунтик, совершил 24 обмена, и теперь у него 40 фунтиков (и никаких других денег). Сколько раз он менял тубрики на фунтики?

Ответ: 9

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 7.1.

Задание № 7.3

Условие:

На планете Мон-Каламари в ходу датарии, фланы и пеггаты. При этом 1 датарий можно поменять на 1 флан или на 1 пеггат, 1 флан — на 2 датария, а 1 пеггат — на 4 датария. Никакие другие обмены не разрешены. Мерай, имея изначально 1 датарий, совершил 20 обменов, и теперь у него 25 датариев (и никаких других денег). Сколько раз он менял фланы на датарии?

Ответ: 3

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 7.1.

Задание № 7.4

Условие:

В автомате есть жетоны, фантики и марки. Автомат может поменять 1 жетон на 1 фантик или 1 марку, а также 1 марку на 2 жетона или 1 фантик на 3 жетона. Никакие другие обмены автомат совершать не может. Незнайка, имея изначально 1 жетон, совершил 30 обменов, и теперь у него 20 жетонов (и больше ни фантиков, ни марок). Сколько раз он менял фантики на жетоны?

Ответ: 4

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 7.1.

Задание № 8.1

Условие:

Почтальон Печкин думает, что его часы отстают на 10 минут, но на самом деле они спешат на 20 минут. Он договорился с Дядей Фёдором о встрече на почте в 12:00, а потом позвонил и сказал, что не успевает и опоздает на 17 минут. Во сколько на самом деле Печкин придёт на встречу?

Ответ запишите в формате ЧЧ:ММ.

Ответ: 11:47

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Поскольку часы Печкина спешат на 20 минут, а он думает, что они отстают на 10, к любому истинному времени почтальон прибавляет полчаса. Таким образом, в 11:30 Печкин считает, что уже 12:00.

Соответственно, считая, что опаздывает на 17 минут, он придёт раньше не на полчаса, а на $30 - 17 = 13$ минут.

Задание № 8.2

Условие:

Доктор Ватсон думает, что его часы отстают на 5 минут, но на самом деле они спешат на 13 минут. Он договорился с Шерлоком Холмсом о встрече в 16:00, а потом позвонил и сказал, что не успевает и опоздает на 20 минут. Во сколько на самом деле Ватсон придёт на встречу?

Ответ запишите в формате ЧЧ:ММ.

Ответ: 16:02

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 8.1.

Задание № 8.3

Условие:

Ослик Иа-Иа думает, что его часы отстают на 20 минут, но на самом деле они спешат на 15 минут. Он договорился с Пятачком о встрече на полянке в 10:00, а потом понял, что у него есть ещё дела и он выйдет на 30 мин позже, чем планировал. Во сколько на самом деле Иа-Иа придёт на встречу? Ответ запишите в формате ЧЧ:ММ.

Ответ: 9:55

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 8.1.

Задание № 8.4

Условие:

Хемуль думает, что его часы спешат на 10 минут, но на самом деле они отстают на 15 минут. Он договорился со Снусмумриком о встрече на берегу реки в 14:00, а потом решил прийти раньше на 5 минут. Во сколько на самом деле Хемуль придёт на встречу?

Ответ запишите в формате ЧЧ:ММ.

Ответ: 14:20

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 8.1.