

Разбор заданий школьного этапа ВсОШ по математике

для 5 класса

2024/25 учебный год

Максимальное количество баллов — 8

1. Возрасты трёх братьев – это различные натуральные числа. Произведение их возрастов сейчас равно 18. А через год произведение их возрастов будет равно 60. Сколько лет среднему брату сейчас?

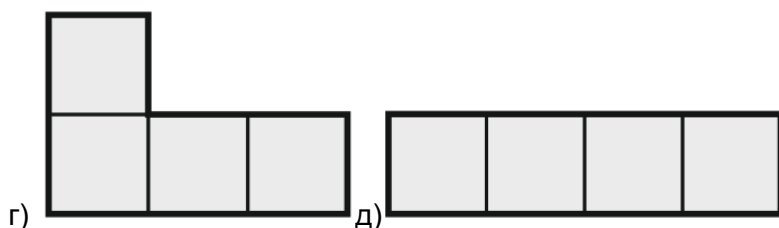
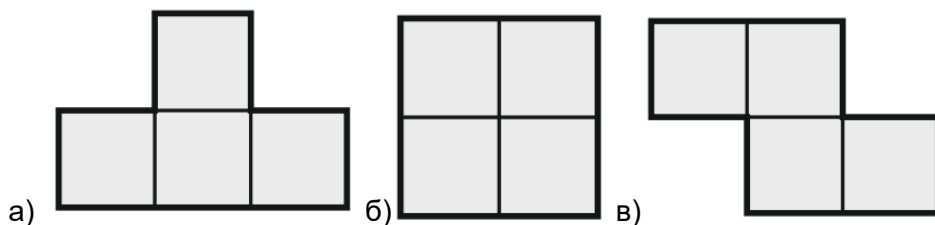
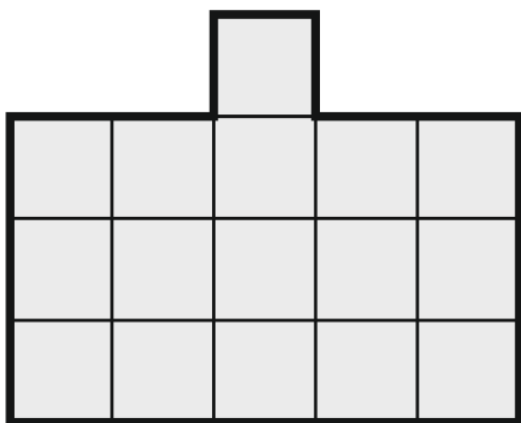
Ответ. 2 года

Формат ответа: Число

Решение. Так как произведение возрастов трёх братьев равно 18, то возраст младшего не может быть больше одного года, иначе произведение, это хотя бы $2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$. Значит, младшему брату 1 год. А произведение возрастов среднего и старшего равно 18, это может быть $2 \cdot 9$ или $3 \cdot 6$.

Проверим оба варианта на соответствие второму условию. Если братьям 1, 2 и 9 лет, то через год произведение их возрастов станет равно $2 \cdot 3 \cdot 10 = 60$ – этот вариант подходит. А если братьям 1, 3 и 6 лет, то через год произведение их возрастов станет равно $2 \cdot 4 \cdot 7 = 56$ – этот вариант не подходит. Получаем, что среднему брату может быть только 2 года.

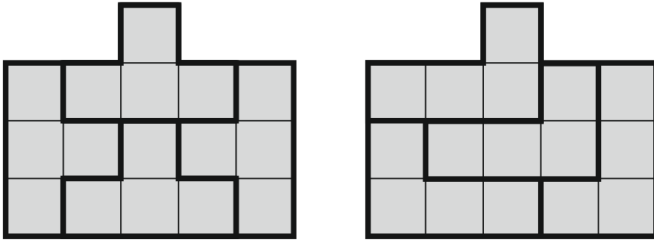
2. Выберите все четырехклеточные фигурки, из четырех одинаковых копий которых можно сложить фигуру, изображенную на рисунке. Фигурки можно поворачивать и переворачивать.



Ответ. а) г)

Формат ответа: выбор нескольких вариантов

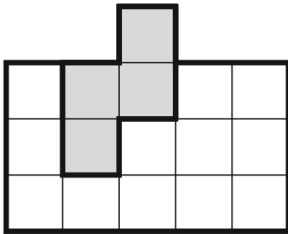
Решение. Варианты ответа а) и г) подходят, примеры разрезания показаны на рисунке.



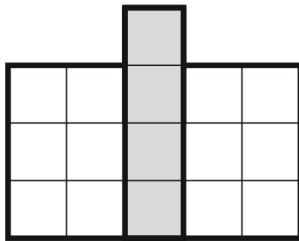
Докажем, что нашу фигуру нельзя разрезать на фигурки вида б), в) и д).

б) Квадратом 2×2 нельзя покрыть самую верхнюю клетку.

в) Фигурка занимает верхнюю клетку одним из двух способов, они симметричны, поэтому будем считать, что она располагается так, как на рисунке. Тогда слева осталось 2 клетки рядом, их нельзя покрыть нашей фигуркой.



д) Если бы можно было разрезать на фигурки вида 1×4 , то верхняя клетка была бы покрыта вертикальным прямоугольником. Тогда в оставшихся частях фигуры не поместится ни один прямоугольник 1×4 .



3. Коля забыл код от велосипедного замка, который состоит из трех различных цифр. Он совершил четыре попытки набрать код, при этом замок не открылся.



Известно, что:

1 попытка: Одна из этих цифр есть в коде, и она находится на своем месте.

2 попытка: Одна из этих цифр есть в коде, но она находится не на своем месте.

3 попытка: Две из этих цифр есть в коде, но они обе находятся не на своих местах.

4 попытка: Всех этих цифр нет в коде.

Найдите код.

Ответ. 459

Формат ответа: Число

Решение. Сначала докажем, что цифры 8 нет в коде. 8 стоит на первом месте в попытке 1 и в попытке 2, то есть в обеих попытках стоит на одном и том же месте, а нам сказано, что в 1 попытке нужная цифра стоит на своем месте, а во 2 попытке — не на своем, таким образом 8 не может быть цифрой, которая есть в коде.

Из попытки 4, понимаем, что 2 тоже нет в коде. Следовательно, верная цифра в первой попытке — это 9 и она стоит на правильном месте.

В попытке 3 две цифры верные — это не 8, а 9 и 4. Эти цифры стоят не на своих местах, так как мы уже знаем, что 9 стоит на третьем месте, то цифра 4 должна стоять на первом месте.

В попытке 2 одна цифра верная, и она стоит не на своем месте. Нам осталось найти только цифру на втором месте. Значит, это цифра 5, так как 8 нет в коде, а 3 стоит на втором месте.

Таким образом, мы нашли код — 459.

4. В тетради Оли 100 страниц, девочка решила пронумеровать их по порядку. Но ей не нравилась цифра 1, поэтому она решила не использовать числа, которые содержат в своей записи эту цифру. Таким образом, на первой странице она написала 2, на второй — 3, ... на восьмой — 9, на девятой — 20 и так далее. Каким числом Оля пронумеровала последнюю страницу?

Ответ. 232

Формат ответа: Число

Решение. Среди чисел от 1 до 99 Оля пропустит все числа от 10 до 19, и по одному числу в каждом из оставшихся десятков — те числа, которые заканчиваются на 1: 1, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81 и 91. То есть всего среди этих чисел Оля пропустит $10+9=19$ чисел. Таким образом, она пронумерует числами до 99 ровно $99-19=80$ страниц. Осталось пронумеровать еще $100-80=20$ страниц. Числа от 100 до 199 Оля пропустит, так как они начинаются с 1. Числами от 200 до 209, кроме 201 Оля пронумерует 9 страниц. Числа от 210 до 219 она пропустит, так как в их записи есть 1. Числами от 220 до 229, кроме 221 Оля также пронумерует 9 страниц. Остается пронумеровать еще 2 страницы — это 230 и 232, так как число 231 Оля пропустит. Таким образом, последняя страница пронумерована числом 232.

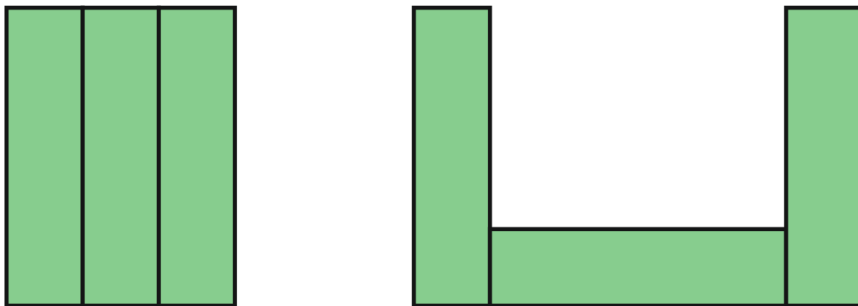
5. В школе учатся 1200 детей. У каждого ребенка 5 уроков каждый день. Каждый учитель ежедневно ведет ровно 4 урока, а на каждый урок ходит ровно 30 детей. Сколько учителей работает в школе?

Ответ. 50

Формат ответа: Число

Решение. Общее количество посещений уроков, на которые ходят 1200 детей за один день равно $1200 \cdot 5 = 6000$ посещений. На каждом уроке ровно 30 детей, значит, в школе проводится $6000 : 30 = 200$ уроков в день. Каждый учитель ежедневно проводит по 4 урока, тогда количество учителей равно $200 : 4 = 50$.

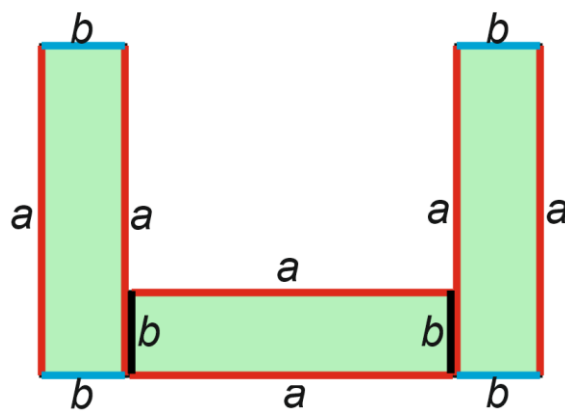
6. Две фигуры составлены из шести одинаковых прямоугольников. Периметр фигуры слева равен 52 см, а фигуры справа – 92 см. Найдите площадь одного прямоугольника. Ответ выразите в квадратных сантиметрах.



Ответ. 56 см²

Формат ответа: Число

Решение. Обозначим длинную сторону прямоугольника за a , а короткую – за b . Тогда периметр левой фигуры равен $2a+6b=52$ см. А периметр правой фигуры равен $6a+4b-2b=6a+2b=92$ см (6 красных сторон a плюс 4 синие стороны b и минус 2 черные стороны b на рисунке). Разделим оба выражения на 2, получим, что $a+3b=26$, $3a+b=46$. Сложив эти два равенства, получим, $4a+4b=26+46=72$, то есть $a+b=18$. Из равенства $a+3b=26$ вычтем равенство $a+b=18$, получим, $2b=8$, тогда $b=4$, а $a=18-4=14$. Площадь одного прямоугольника равна $a \cdot b=4 \cdot 14=56$ см².



7. Из деревни в город с постоянной скоростью выехал грузовик. Когда он проехал 42 км, из деревни по той же дороге с постоянной скоростью выехал автомобиль. Когда автомобиль проехал 30 км, грузовик находился на расстоянии 65 км от деревни. Найдите расстояние от деревни до города, если в город грузовик и автомобиль приехали одновременно. Ответ выразите в километрах.

Ответ. 180 км

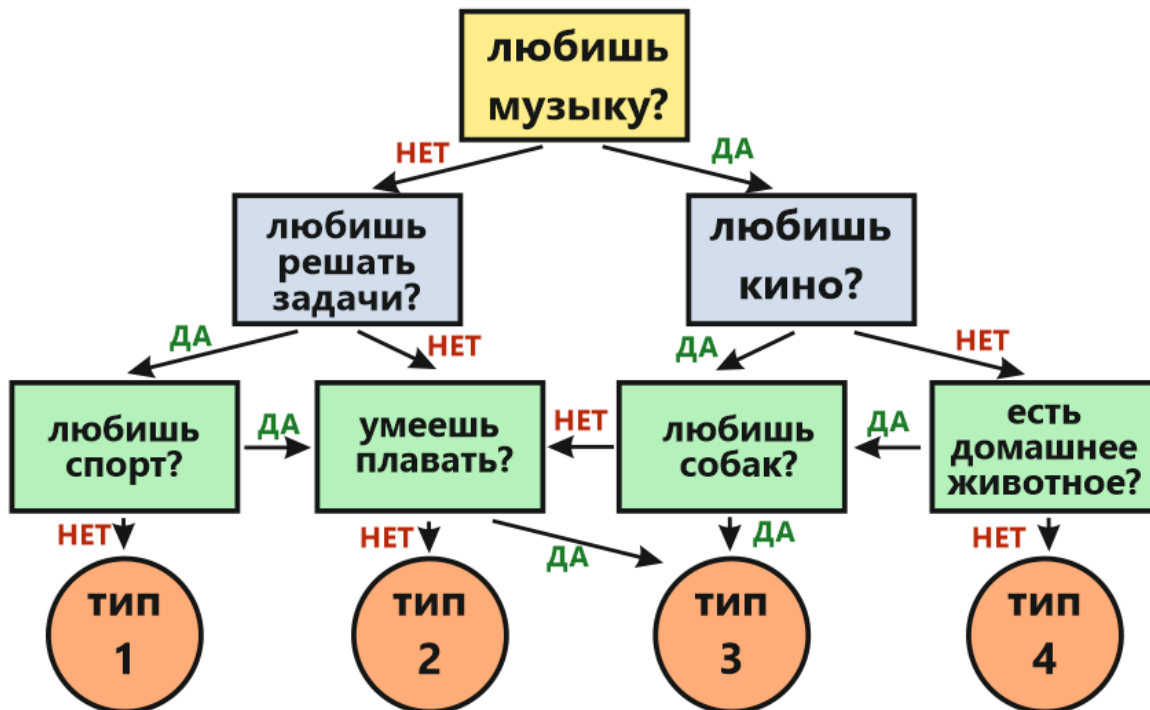
Формат ответа: Число

Решение. За промежуток времени, за который автомобиль проехал 30 км, грузовик проехал $65-42=23$ км. То есть расстояние между ними сократилось на $30-23=7$ км за один такой промежуток времени.

В момент, когда автомобиль выезжал из города, расстояние между автомобилем и грузовиком 42 км, они сближаются на 7 км за один промежуток времени. Так как они приехали в город одновременно, прошло $42:7=6$ таких промежутков времени.

Так как автомобиль за один промежуток времени проезжает 30 км, а всего промежутков 6, то расстояние между городом и деревней равно $30 \cdot 6=180$ км.

8.1 Четыре человека Витя, Митя, Петя и Катя прошли тест о предпочтениях, приведенный на картинке. Все они получили разные результаты.



Витя: Я люблю собак, у меня есть бульдог, но я не отношусь к третьему типу.

Митя: Я люблю решать задачи.

Петя: Я люблю кино.

Катя: Все хорошо плавают, кроме меня.

Все участники диалога говорят честно. Кто к какому типу относится?

Ответ. Витя – тип 1, Митя – тип 4, Петя – тип 3, Катя – тип 2.

Формат ответа: выбор из четырех ответов

Витя: тип 1, тип 2, тип 3, тип 4

Митя: тип 1, тип 2, тип 3, тип 4

Петя: тип 1, тип 2, тип 3, тип 4

Катя: тип 1, тип 2, тип 3, тип 4

Решение. Все участники получили разные результаты, значит, кто-то из них типа 2. Это может быть только Катя, так как все хорошо плавают, кроме нее (по ее словам), а тип 2 может получить только тот, кто не умеет плавать.

Теперь поймем кто Витя. По его словам, он не тип 3, у него есть бульдог, значит, он не тип 4, а также он не тип 2, потому что тип 2 — это Катя. Следовательно, Витя — тип 1.

Теперь поймем кто Петя. Остается только тип 3 и 4, но Петя любит кино, тогда он не сможет попасть по стрелкам в кружок тип 4. Значит, Петя тип 3. А Митя тогда является типом 4.