

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ТРУД (ТЕХНОЛОГИЯ). ПРОФИЛЬ «РОБОТОТЕХНИКА»
2024–2025 УЧ. Г. ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП. 10–11 КЛАССЫ

ОТВЕТЫ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

Максимальный балл за работу – 25.

Общая часть

1. На данный момент на станции московского метрополитена «Площадь Революции» установлены 76 бронзовых фигур. Скульптуры изготовлены в Ленинградской мастерской художественного литья коллективом под руководством скульптора Матвея Генриховича Манизера. Рассмотрите фотографию одной из статуй.

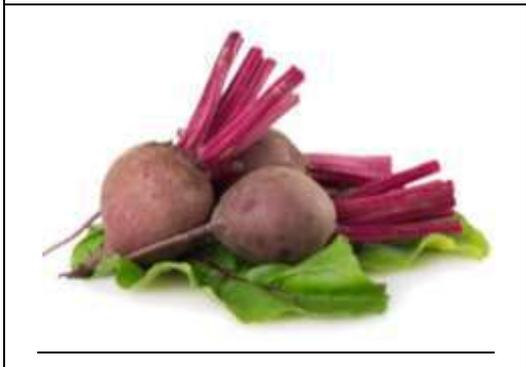


Представитель какой профессии на ней изображён?

- шахтёр
- инженер
- птицевод
- **хлебороб**
- сигналист
- архитектор
- пограничник

За верный ответ – 1 балл.

2. Рассмотрите предложенные изображения культурных растений. Выберите два изображения, на которых представлены **корнеплодные** культуры.



За полностью верный ответ – 1 балл.

3. Рассмотрите приведённую фотографию.



Какой аппарат является аналогом изображённых на фотографии устройств?

- фен
- утюг
- радио
- пылесос
- телефон
- **стиральная машина**
- микроволновая печь
- посудомоечная машина

За верный ответ – 1 балл.

4. В магазине стоимость двух штук авокадо составляет 250 рублей. На время проведения акции цена на авокадо была снижена на 44%. Сколько рублей нужно будет заплатить за 6 авокадо по акции?

Ответ: 420.

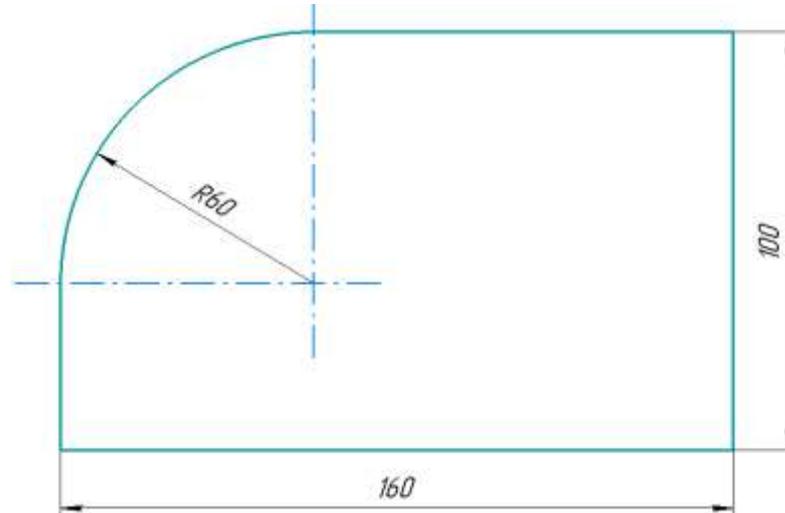
Решение

$$250 \cdot (1 - 0,44) = 250 \cdot 0,56 = 140 \text{ (руб.)} - \text{ за 2 авокадо по акции}$$

$$140 \cdot (6 : 2) = 140 \cdot 3 = 420 \text{ (руб.)}$$

За верный ответ – 1 балл.

5. Вася изобразил следующую фигуру (см. *Рисунок*) и обозначил на рисунке размеры в миллиметрах. Чему равна площадь фигуры? Ответ дайте в квадратных сантиметрах с точностью до целых. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$. Округление стоит производить только при получении финального ответа.



Рисунок

Ответ: 152.

Решение

Площадь фигуры равна:

$$16 \cdot 10 - 6 \cdot 6 + \frac{\pi \cdot 6^2}{4} = 124 + 9\pi \approx 152,26 \approx 152 \text{ (см}^2\text{)}$$

За верный ответ – 1 балл.

7. Робот, двигаясь равномерно, проехал прямолинейный отрезок трассы за 18 секунд, при этом каждое из колёс повернулось на 9240° . Диаметр каждого из колёс робота равен 15 см. Определите расстояние, которое проехал робот за три пятых времени. Ответ дайте в дециметрах, приведя результат с точностью до целых. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$. Округление стоит производить только при получении финального ответа.

Ответ: 73.

Решение

Длина окружности колеса:

$$15 \cdot 3,14 = 47,1 \text{ (см)}$$

Определим длину трассы:

$$47,1 \cdot (9240^\circ : 360^\circ) \cdot (3 : 5) = 725,34 \text{ (см)}$$

$$725,34 \text{ см} = 72,534 \text{ дм} \approx 73 \text{ дм}$$

За верный ответ – 1 балл.

8. Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами радиуса 8 см. Колёса напрямую подсоединены к моторам. Левым колесом управляет мотор А, правым колесом управляет мотор В. Ширина колеи (расстояние между центрами колёс) равна 30 см. Робот совершил танковый поворот на 140° (колесо А вращается назад, колесо В вращается вперёд). Определите угол, на который повернётся ось мотора В за время поворота робота. Ответ дайте в градусах, приведя результат с точностью до целых. Округление стоит производить только при получении финального ответа.

Справочная информация

Во время танкового поворота колёса робота проедут одно и то же расстояние, но в противоположных направлениях. Колёса будут двигаться по дугам окружности, диаметр которой равен ширине колеи. Градусная мера дуги окружности равна углу поворота робота.

Ответ: 263.

Решение

Во время танкового поворота колёса робота проедут одно и то же расстояние, но в противоположных направлениях. Колёса будут двигаться по дугам окружности, диаметр которой равен ширине колеи. Градусная мера дуги окружности равна углу поворота робота. Определим градусную меру угла поворота оси мотора В:

$$140^\circ \cdot (30 : (8 \cdot 2)) = 140^\circ \cdot (30 : 16) = 262,5^\circ \approx 263^\circ$$

За верный ответ – 1 балл.

9. Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами радиуса 12 см. Колёса напрямую подсоединены к моторам. Левым колесом управляет мотор А, правым колесом управляет мотор В. Ширина колеи (расстояние между центрами колёс) равна 45 см.

Робот совершает танковый поворот. Ось мотора А повернулась на -400° . Ось мотора В повернулась на 400° . Определите угол, на который повернулся робот. Ответ дайте в градусах, приведя результат с точностью до целых. Округление стоит производить только при получении финального ответа.

Справочная информация

Во время танкового поворота колёса робота проедут одно и то же расстояние, но в противоположных направлениях. Колёса будут двигаться по дугам окружности, диаметр которой равен ширине колеи. Градусная мера дуги окружности равна углу поворота робота.

Ответ: 213.

Решение

Во время танкового поворота колёса робота проедут одно и то же расстояние, но в противоположных направлениях. Колёса будут двигаться по дугам окружности, диаметр которой равен ширине колеи. Градусная мера дуги окружности равна углу поворота робота. Определим градусную меру угла поворота робота:

$$400^\circ \cdot ((12 \cdot 2) : 45) = 213,3^\circ \approx 213^\circ$$

За верный ответ – 1 балл.

10. Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами диаметра 13 см. Колёса напрямую подсоединены к моторам. Левым колесом управляет мотор А, правым колесом управляет мотор В. Ширина колеи (расстояние между центрами колёс) равна 30 см. Робот совершает поворот вокруг колеса А на 80° (колесо А зафиксировано, колесо В вращается вперёд). Определите угол, на который повернётся ось мотора В за время поворота робота. Ответ дайте в градусах с точностью до целых. Округление стоит производить только при получении финального ответа.

Справочная информация

Во время поворота робота вокруг колеса А колесо В движется по дуге окружности. Радиус данной окружности равен ширине колеи. Градусная мера дуги окружности равна углу поворота робота.

Ответ: 369.

Решение

Во время поворота робота вокруг колеса А колесо В движется по дуге окружности. Радиус данной окружности равен ширине колеи. Градусная мера дуги окружности равна углу поворота робота.

Определим градусную меру угла поворота оси мотора В:

$$80^\circ \cdot (30 : (13 : 2)) = 369,23...^\circ \approx 369^\circ$$

За верный ответ – 1 балл.

11. Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами диаметром 9 см. Колёса напрямую подсоединены к моторам. Левым колесом управляет мотор А, правым колесом управляет мотор В. Ширина колеи (расстояние между центрами колёс) равна 26 см. Ось мотора В зафиксирована. Ось мотора А повернулась на 540° . Определите угол, на который повернулся робот. Ответ дайте в градусах, приведя результат с точностью до целых. Округление стоит производить только при получении финального ответа.

Справочная информация

Во время поворота робота вокруг колеса В колесо А движется по дуге окружности. Радиус данной окружности равен ширине колеи. Градусная мера дуги окружности равна углу поворота робота.

Ответ: 93.

Решение

Во время поворота робота вокруг колеса В колесо А движется по дуге окружности. Радиус данной окружности равен ширине колеи. Градусная мера дуги окружности равна углу поворота робота. Определим градусную меру угла поворота робота:

$$540^\circ \cdot ((9:2) : 26) = 93,461...^\circ \approx 93^\circ$$

За верный ответ – 1 балл.

12. Рома собрал из шестерёнок передачу (см. *Схему передачи*).

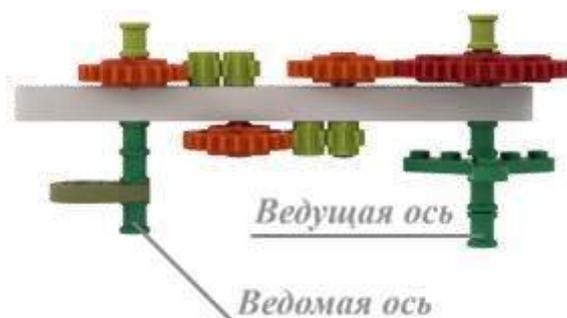


Схема передачи

При сборке передачи были использованы четыре шестерёнки с 8 зубьями, три шестерёнки с 24 зубьями и одна шестерёнка с 40 зубьями. **Ведомая ось**

совершает 2 оборота в секунду. Определите, сколько оборотов совершит ведущая ось за 9 минут.

Ответ: 5832.

Решение

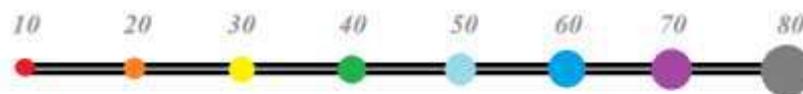
2 оборота в секунду – это 120 оборотов в минуту.

Определим, сколько оборотов сделает ведущая ось за 9 минут:

$$9 \cdot 120 \cdot ((24 : 40) \cdot (24 : 8) \cdot (24 : 8)) = 9 \cdot 120 \cdot (27/5) = 5832 \text{ (оборота)}$$

За верный ответ – 1 балл.

13. Длинный тонкий прочный невесомый стержень разрезан на семь равных частей. В местах деления стержня укреплены шарики так, что их центры совпадают с точками разреза (см. *Рисунок*).



Рисунок

Массы шариков последовательно возрастают от 10 до 80 граммов. Длина стержня равна 1 м 4 дм 7 см. На каком расстоянии от левого конца надо подвесить стержень, чтобы он занял горизонтальное положение. Ответ дайте в сантиметрах, приведя результат с точностью до целых.

Ответ: 98.

Решение

$$1 \text{ м } 4 \text{ дм } 7 \text{ см} = 147 \text{ см}$$

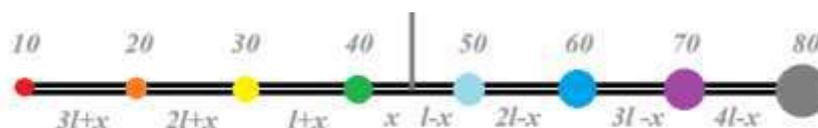
$$147 : 7 = 21 \text{ (см)}$$

Обозначим длину одного элемента за $l = 21$ см.

Выберем произвольным образом пробную точку подвеса стержня и распишем относительно неё плечи для грузов.

Пусть точка подвеса находится между шарами в 40 г и 50 г на расстоянии x см от центра шара массой 40 г.

Распишем плечи грузов:



Запишем уравнение равновесия системы:

$$10 \cdot (3l + x)g + 20 \cdot (2l + x)g + 30 \cdot (l + x)g + 40xg = \\ = (l - x) \cdot 50g + (2l - x) \cdot 60g + (3l - x) \cdot 70g + (4l - x) \cdot 80g$$

$$3l + x + 4l + 2x + 3l + 3x + 4x = \\ = 5l - 5x + 12l - 6x + 21l - 7x + 32l - 8x$$

$$36x = 60l$$

$$x = 60 \cdot 21 : 36$$

$$x = 35$$

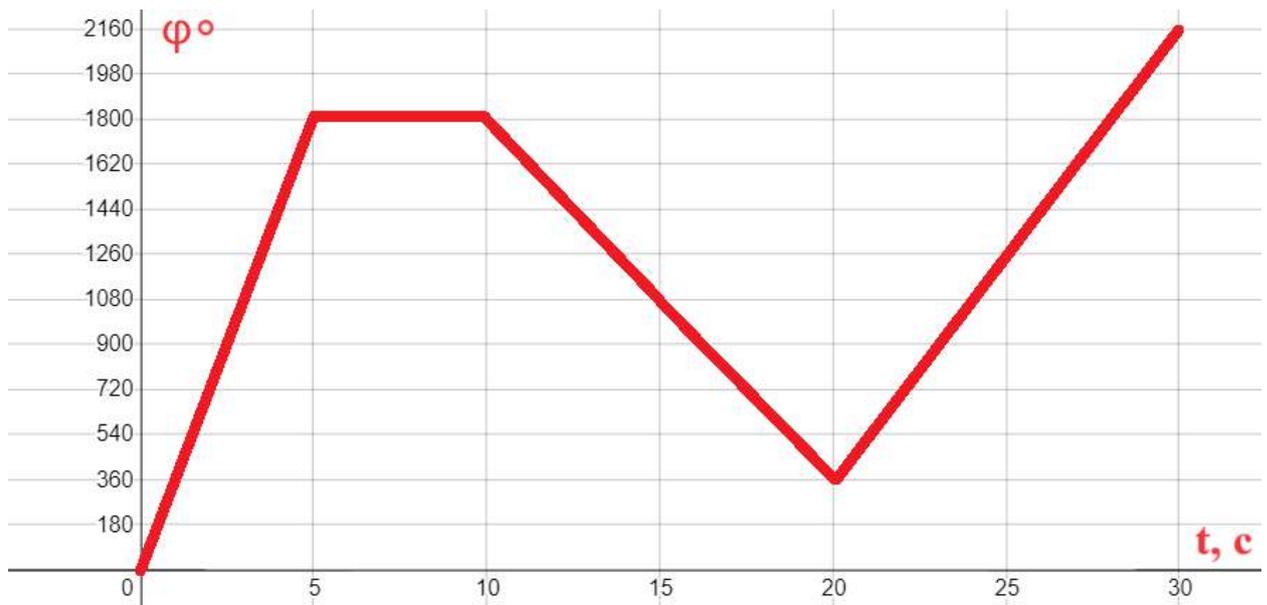
Значит, точка подвеса расположена

$$3 \cdot 21 + 35 = 63 + 35 = 98(\text{см})$$

За верный ответ – 1 балл.

14. Робот оснащён одним мотором, который управляет двумя колёсами, радиус каждого из колёс робота равен 7 см. Колёса напрямую подсоединены к мотору.

Робот движется прямолинейно. В начале работы программы энкодер мотора был обнулён. Дальнейшее изменение показаний энкодера мотора показано на графике.



Определите, какой длины **путь** проехал робот с 8 по 25 секунду. Ответ дайте в сантиметрах, приведя результат с точностью до целых. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$. Округление стоит производить только при получении финального ответа.

Ответ: 286.

Решение

По графику можно определить, что с 5 по 10 секунду робот стоял, затем робот двигался назад с 10 по 20 секунду (проехал на $1800^\circ - 360^\circ = 1440^\circ$), а затем с 20 по 25 секунду робот двигался вперёд (проехал на $1260^\circ - 360^\circ = 900^\circ$).

Длина окружности колеса равна:

$$2 \cdot 3,14 \cdot 7 = 43,96 (\text{см})$$

Определим длину пути, проделанной роботом за 20 секунд:

$$43,96 \cdot (1440^\circ + 900^\circ) : 360^\circ = 285,74 \approx 286 \text{ (см)}$$

За верный ответ – 1 балл.

15. Несколько элементов лабиринта (объектов) установили вдоль стены кабинета. Объекты расположены параллельно стене. На каждый объект приходится одинаковое число измерений датчика. Всего установили не более 12 объектов.

Робот движется равномерно по прямой линии. Линия нанесена на пол, параллельно стене. На роботе установлен ультразвуковой датчик, направленный перпендикулярно поверхности стены. Расстояние от датчика до стены равно 135 см. Объекты не могут перекрывать друг друга. После проезда вдоль стены робот получил следующие данные.

№ измерения	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Показание датчика	135	135	45	45	45	135	75	75	75	105	105	105

№ измерения	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Показание датчика	80	80	80	45	45	45	105	105	105	135	105	105

№ измерения	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
Показание датчика	105	75	75	75	45	45	45	45	45	45	135	135

Определите, сколько объектов, расположенных *ближе всего к стене*, обнаружил робот с помощью датчика.

Ответ: 3.

Решение

Нам надо найти в таблице показания датчика, относящиеся к объектам, расположенным ближе всего к стене, то есть самые дальние объекты по отношению к датчику. Значит, показания датчика будут максимальны, но меньше, чем расстояние до стены – 135.

Выделим в таблице соответствующие ячейки.

№ измерения	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Показание датчика	135	135	45	45	45	135	75	75	75	105	105	105

№ измерения	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Показание датчика	80	80	80	45	45	45	105	105	105	135	105	105

№ измерения	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
Показание датчика	105	75	75	75	45	45	45	45	45	45	135	135

Всего таких показаний датчика 9. Помимо них, показаний датчика, отличных от 135, есть ещё 21. Поскольку на все объекты приходится одинаковое число измерений, то у нас всего может быть либо 30 объектов, либо 10 объектов. Так как по условию на поле не больше 12 объектов, то на поле не может быть 30 объектов. Значит, на поле 10 объектов. На каждый объект приходится по 3 измерения. Нам подходят 3 объекта.

За верный ответ – 1 балл.

16–17. При создании манипулятора первым делом разрабатывают его кинематическую схему. С помощью кинематических схем показывают, как происходит передача движения в различных степенях подвижности. Звенья и кинематические пары показывают на кинематических схемах с помощью условных обозначений (см. *Таблицу*).

Элемент	Эскиз	Характеристика
Звено (стержень)		
Неподвижное закрепление звена (стойка)		Движение отсутствует
Жёсткое закрепление звеньев		Движение отсутствует
Поступательная кинематическая пара		Движение вдоль направляющей
Вращательная кинематическая пара		Вращение вокруг одной оси
Рабочий орган манипулятора		

16. Миша нарисовал следующую кинематическую схему манипулятора (см. *Схему манипулятора*).

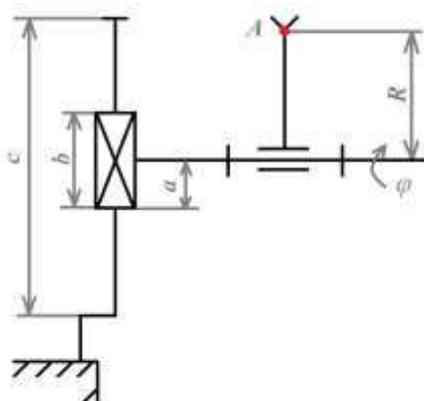


Схема манипулятора

На схеме все звенья соединены под прямым углом. Известно, что $a = 10$ см, $b = 20$ см, $c = 1,7$ м, $R = 30$ см, $\varphi = 360^\circ$. При этом φ – это угол, на который поворачивается вращательная кинематическая пара.

Какую форму имеет рабочая область манипулятора?

- круг
- полукруг
- прямоугольник
- прямоугольник с полукругом
- **прямоугольник с двумя полукругами**
- прямоугольник с тремя полукругами
- прямоугольник с четырьмя полукругами

Решение

Манипулятор состоит из одной поступательной кинематической пары и одной вращательной кинематической пары, соединённых под прямым углом. Так как угол поворота вращательной кинематической пары равен $\varphi = 360^\circ$, то точка А может описать окружность. Так как диаметр окружности, по которой движется точка А, больше, чем длина отрезка, вдоль которого движется окружность, то рабочая область манипулятора будет иметь вид прямоугольника, с двумя полукругами.

За верный ответ – 1 балл.

17. Определите, чему равна площадь рабочей области манипулятора, ориентируясь на точку А (см. *Схему манипулятора*). Ответ дайте в квадратных дециметрах, приведя результат с точностью до целых. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$. Округление стоит производить только при получении финального ответа.

Ответ: 118.

Решение

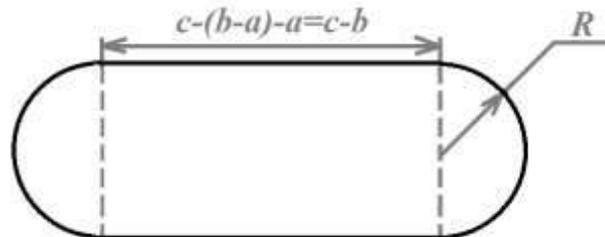
Рабочая область манипулятора имеет вид прямоугольника, с двумя окружностями.

Посчитаем площадь рабочей области манипулятора.

Переведём все размеры в дециметры:

10 см = 1 дм, 20 см = 2 дм, 1,7 м = 17 дм, 30 см = 3 дм.

Изобразим рабочую область манипулятора:



Площадь рабочей области манипулятора будет равна:

$$(c - a - (b - a)) \cdot 2R + \pi \cdot R^2 = (17 - 2) \cdot 2 \cdot 3 + 3,14 \cdot 3 \cdot 3 = 90 + 3,14 \cdot 9 = 118,26 \approx 118 (\text{дм}^2)$$

За верный ответ – 1 балл.

18. Опорное напряжение аналого-цифрового преобразователя (далее АЦП) равно 5 В. На вход АЦП поступило напряжение 3 В. В результате АЦП выдало число 154. Определите, какова разрядность АЦП. Ответ дайте в битах.

Ответ: 8.

Справочная информация

Аналого-цифровой преобразователь (АЦП) – устройство, преобразующее входной аналоговый сигнал в дискретный код.

Опорное напряжение АЦП U_0 задаёт диапазон входного напряжения, в котором производится преобразование. Опорное напряжение – это максимальное напряжение, которое можно измерить с помощью данного АЦП.

Разрядность АЦП N_0 характеризует количество дискретных значений, которые преобразователь может выдать на выходе. В двоичных АЦП разрядность измеряется в битах.

Число, которое выдаст АЦП при подаче на него напряжения U можно рассчитать по формуле:

$$N = (2^{N_0}) \cdot U/U_0$$

АЦП может выдать только целое число. Если в результате получается не целое число, то происходит округление по математическим правилам.

Решение

Параметры работы АЦП связаны по формуле:

$$N = (2^{N_0}) \cdot U/U_0$$

Тогда

$$2^{N_0} = N \cdot U_0/U$$

$$N_0 = \log_2(N \cdot U_0/U) = \log_2(154 \cdot 5/3) \approx 8 \text{ бит}$$

За верный ответ – 1 балл.

19. Рома собрал на макетной плате следующую схему (см. *Схему цепи*).

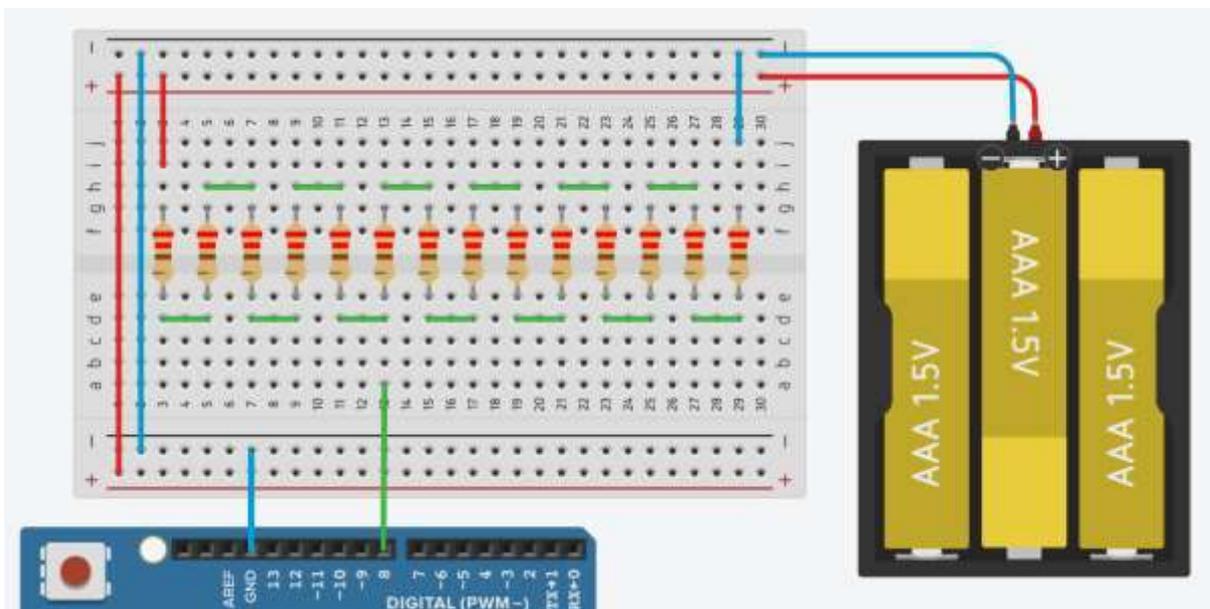


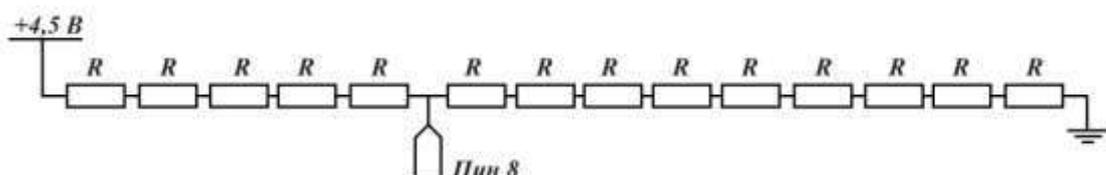
Схема цепи

При сборке он пользовался только резисторами номиналом 220 Ом. Определите напряжение, которое подаётся на 8 пин. Сопротивлением источника тока и проводов можно пренебречь. Ответ выразите в **милливольтгах**, приведя результат с точностью до целых.

Ответ: 2893.

Решение

Изучив предложенную схему сборки, можно заметить, что Рома соединил все резисторы согласно схеме.



Тогда напряжение на пине 8 будет равно:

$$U = 4,5 \cdot \frac{9 \cdot R}{5 \cdot R + 9 \cdot R} = 4,5 \cdot \frac{9}{14} = 2,89285... В = 2892,85... мВ$$
$$2892,85... мВ \approx 2893 мВ$$

За верный ответ – 1 балл.

20. Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами, диаметр каждого из колёс робота равен 14 см. Левым колесом управляет мотор А, правым колесом управляет мотор В. Колёса напрямую подсоединены к моторам. Ширина колеи робота равна 2 дм 8 см. Моторы на роботе установлены так, что если обе оси повернутся на 10° , то робот проедет прямо вперёд. Посередине между колёс расположен маркер. Робот начертил с помощью маркера дугу окружности радиуса 12 дм 6 см, градусная мера которой равна 150° . Колесо В при повороте находится снаружи. Определите, на какой угол повернулось каждое из колёс. Ответ дайте в градусах.

Ответ: мотор А: 2400.

Ответ: мотор В: 3000.

Справочная информация

В случае, когда робот совершает разворот, справедлива следующая обобщённая формула:

$$R_a \cdot \alpha = r_a \cdot \Delta\varphi_a,$$

где R_a – это радиус окружности, по которой движется колесо робота, α – угол, на который повернулся робот, r_a – радиус колеса робота, $\Delta\varphi_a$ – изменение показания энкодера.

Решение

$$2 \text{ дм } 8 \text{ см} = 28 \text{ см}$$

$$12 \text{ дм } 6 \text{ см} = 126 \text{ см}$$

Робот чертит маркером, расположенным посередине между колёс окружность, радиус которой равен 126 см, при этом колесо В всегда расположено снаружи, значит радиус окружности, по которой движется колесо В больше, чем радиус окружности, по которой движется колесо А. Получается, что радиусы дуг концентрических окружностей, по которым движутся колёса, отличаются от радиуса точки с маркером на величину, равную половине длины колеи.

Посчитаем радиусы дуг, по которым катятся колёса:

$$R_a = 126 - (28 : 2) = 126 - 14 = 112 \text{ (см)}$$

$$R_b = 126 + 14 = 140 \text{ (см)}$$

Каждое из колёс одновременно участвует в двух движениях: движется по дуге окружности и одновременно с этим вращается. При этом расстояние, которое пройдёт колесо по дуге, равно расстоянию, на которое оно переместится при

качении. Определим пройденные расстояния двумя способами и приравняем их. Проведем это для каждого из колёс.

$$2\pi \cdot 112 \cdot \frac{150^\circ}{360^\circ} = \pi \cdot 14 \cdot \frac{X_a}{360^\circ}$$

$$X_a = \frac{2 \cdot 112 \cdot 150^\circ}{14} = 2400^\circ$$

$$2\pi \cdot 140 \cdot \frac{150^\circ}{360^\circ} = \pi \cdot 14 \cdot \frac{X_b}{360^\circ}$$

$$X_b = \frac{2 \cdot 140 \cdot 150^\circ}{14} = 3000^\circ$$

За каждый верный ответ – 1 балл.

Максимум за задание – 2 балла.

21. Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами, радиус каждого из колёс робота равен 8 см. Левым колесом управляет мотор А, правым колесом управляет мотор В. Колёса напрямую подсоединены к моторам. Ширина колеи робота равна 3 дм 6 см. Моторы на роботе установлены так, что если обе оси повернутся на 10° , то робот проедет прямо вперёд. Оба мотора и включились, и отключились одновременно. Ось каждого из моторов вращалась со своей постоянной частотой. Ось мотора А повернулась на 540° . Ось мотора В повернулась на 900° .

- Определите, по окружности какого радиуса будет двигаться колесо В. Ответ дайте в сантиметрах, приведя результат с точностью до целых.

Ответ: 90.

- Определите, на какой угол повернулся робот. Ответ дайте в градусах.

Ответ: 80.

Справочная информация

В случае, когда робот совершает разворот, справедлива следующая формула:

$$\frac{R_a}{R_b} = \frac{\Delta\varphi_a}{\Delta\varphi_b}$$

где R_a, R_b – это радиусы окружностей, по которым движутся колёса робота, $\Delta\varphi_a$ и $\Delta\varphi_b$ – изменения показаний энкодеров моторов.

Решение

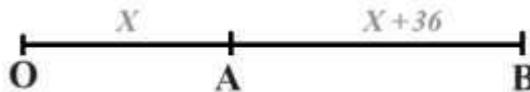
$$3 \text{ дм } 6 \text{ см} = 36$$

Робот будет поворачиваться по окружности, центр которой обозначим как О.

Так как оси обоих из моторов поворачиваются в одном направлении, то колёса робота будут двигаться по окружности, радиус которой больше ширины колеи. Так как угол поворота оси В больше, чем угол поворота оси А, то радиус

окружности, по которой движется колесо В, больше, чем радиус окружности, по которой движется колесо А.

Обозначим за X радиус окружности, по которой катится колесо А, тогда радиус окружности, по которой катится колесо В, будет равен $X + 36$.



Робот движется так, что его колёса движутся по дугам концентрических окружностей, градусная мера которых одинаковая и равна Y .

Каждое из колёс одновременно участвует в двух движениях – движется по дуге окружности и одновременно с этим вращается. При этом, расстояние, которое пройдёт колесо по дуге, равно расстоянию, на которое оно переместится при качении. Определим пройденные расстояния двумя способами и приравняем их. Прделаем это для каждого из колёс.

Для колеса А:

$$2\pi X \cdot \frac{Y}{360^\circ} = 16\pi \cdot \frac{540^\circ}{360^\circ}$$
$$XY = 4320(1)$$

Для колеса В:

$$2\pi(X + 36) \cdot \frac{Y}{360^\circ} = 16\pi \cdot \frac{900^\circ}{360^\circ}$$
$$(X + 36)Y = 7200(2)$$

Разделим (2) уравнения на (1):

$$\frac{(X + 36)Y}{XY} = \frac{7200}{4320}$$
$$\frac{X + 36}{X} = \frac{5}{3}$$
$$3(X + 36) = 5X$$
$$X = 54$$

Радиус окружности, по которой движется колесо А, равен 54 см.

Тогда радиус окружности, по которой движется колесо В, равен:

$$54 + 36 = 90 \text{ (см)}$$

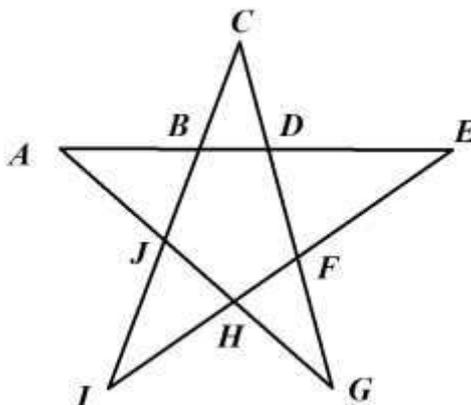
Определим градусную меру угла поворота робота:

$$Y = 4320 : 54 = 80^\circ$$

За каждый верный ответ – 1 балл.

Максимум за задание – 2 балла.

22. Робот-чертёжник движется по ровной горизонтальной поверхности и наносит на неё изображение пятиконечной звезды при помощи кисти, закреплённой посередине между колёс (см. *Рисунок*).



Рисунок

Известно, что $\angle A$ на 10° больше, чем $\angle C$, $\angle E$ на 20° больше $\angle G$, $\angle I$ меньше полусуммы $\angle A$ и $\angle E$ на 20° , $\angle E$ на 5° больше полусуммы углов $\angle C$ и $\angle G$.

Все повороты робот должен совершать на месте. Робот не может ехать назад. Робот должен проехать по каждому отрезку траектории ровно по одному разу.

- Укажите вершину, из которой робот должен стартовать, чтобы суммарный угол поворота робота был минимален. В ответ запишите только букву, обозначающую вершину.

Ответ: G.

- Определите минимальный суммарный угол поворота робота, на который он должен повернуться при проезде по всей траектории. Ответ дайте в градусах.

Ответ: 556.

Справочная информация

Под суммарным углом поворота понимается сумма величин углов поворотов, при этом направление поворотов робота не учитывается.

Сумма внутренних углов при вершинах пятиконечной звезды равна 180° .

Решение

Чтобы робот начертил данную фигуру одним росчерком пера, робот может стартовать в любой вершине. Чтобы минимизировать суммарный угол поворота робота, необходимо стартовать в одной из вершин звезды.

Определим градусную меру углов звезды.

Известно, что $\angle A$ на 10° больше, чем $\angle C$, $\angle E$ на 20° больше $\angle G$, $\angle I$ меньше полусуммы $\angle A$ и $\angle E$ на 20° , $\angle E$ на 5° больше полусуммы углов $\angle C$ и $\angle G$.

Обозначим $\angle C$ за x , тогда $\angle A = x + 10$.

Обозначим $\angle G$ за y , тогда $\angle E = y + 20$.

Тогда $\angle I = 0,5 \cdot (\angle A + \angle E) - 20 = 0,5 \cdot (x + 10 + y + 20) - 20 = 0,5 \cdot (x + y) - 5$,
 $\angle E = 0,5 \cdot (x + y) + 5$.

Приравняем два определения для угла E :

$$0,5 \cdot (x + y) + 5 = y + 20$$

$$0,5 \cdot (x + y) = y + 15$$

$$x + y = 2y + 30$$

$$x - y = 30$$

$$x = y + 30 \quad (1)$$

Так как сумма внутренних углов при вершинах пятиконечной звезды равна 180° , то составим уравнение:

$$\angle A + \angle C + \angle E + \angle G + \angle I = 180$$

$$x + 10 + x + 0,5 \cdot (x + y) + 5 + y + 0,5 \cdot (x + y) - 5 = 180$$

$$x + 10 + x + x + y + y + 5 - 5 = 180$$

$$3x + 2y = 170 \quad (2)$$

Подставим (1) в (2), получим

$$3 \cdot (y + 30) + 2y = 170$$

$$3y + 90 + 2y = 170$$

$$5y = 80$$

$$y = 80:5$$

$$y = 16$$

$$x = 16 + 30 = 46$$

Значит, $\angle C = 46^\circ$, $\angle G = 16^\circ$.

Тогда

$$\angle A = 46 + 10 = 56^\circ$$

$$\angle E = 16 + 20 = 36^\circ$$

$$\angle I = 0,5 \cdot (\angle A + \angle E) - 20 = 26^\circ$$

Из всех углов пятиконечной звезды минимальную градусную меру имеет угол G ($\angle G = 16^\circ$). Значит, выберем вершину G как точку старта робота.

Посчитаем минимальный суммарный угол поворота робота:

$$(180^\circ - 56^\circ) + (180^\circ - 46^\circ) + (180^\circ - 36^\circ) + (180^\circ - 26^\circ) = 556^\circ$$

За каждый верный ответ – 1 балл.

Максимум за задание – 2 балла.

Максимальный балл за работу – 25.