

Максимальное количество баллов за олимпиаду — 8

Задание 1. Вариант 1. Когда Васе было столько лет, сколько Боре сейчас, Вася был в 2 раза старше Антона. Сколько сейчас Васе лет, если Антону 15 и он младше Бори на 7 лет?

Ответ: 26

Решение.

Если Антону сейчас 15, то Боре сейчас 22. Значит, когда Васе было 22, он был в два раза старше Антона, то есть Антону было 11. Следовательно, прошло 4 года. Значит, Васе сейчас 26 лет.

Задание 1. Вариант 2. Когда Коле было столько лет, сколько Васе сейчас, Коля был в 3 раза старше Феде. Сколько сейчас Коле лет, если Феде 16 и он младше Васи на 5 лет?

Ответ: 30

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 1. Вариант 3. Когда Марине будет столько лет, сколько Юле сейчас, Марина будет в 2 раза младше Феде. Сколько сейчас Марине лет, если Феде 21 и он старше Юли на 5 лет?

Ответ: 5

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 1. Вариант 4. Когда Оле будет столько лет, сколько Юле сейчас, Оля будет в 3 раза младше Тани. Сколько сейчас Оле лет, если Тане 33 и она старше Юли на 18 лет?

Ответ: 3

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 2. Вариант 1. Маруся нарисовала на листе бумаги несколько непересекающихся фигур: квадраты, круги, прямоугольники, возможно, треугольники (никаких других, кроме перечисленных, она не рисовала). Виталик сосчитал, что среди них ровно 3 квадрата, 5 кругов, 8 прямоугольников и 19 синих фигур (он сосчитал все фигуры каждого типа). Сколько треугольников могла нарисовать Маруся, если каждую нарисованную фигуру Виталик сосчитал хотя бы раз? Выберите все подходящие варианты:

Ответ:

- 0
- 1
- 3
- 4
- ✓ 6
- ✓ 7
- ✓ 9
- ✓ 19

Решение.

Заметим, что квадрат является прямоугольником, значит, когда Виталик считал прямоугольники, он в том числе сосчитал и квадраты. Тогда ровно $8 + 5 = 13$ фигур — не треугольники. Поскольку по условию каждую фигуру сосчитали хоть раз, все оставшиеся фигуры — это обязательно синие треугольники. Поэтому меньше 6 треугольников быть не может ($19 - 13 = 6$). В этом случае все нарисованные фигуры синие. В то же время больше 19 треугольников тоже не может быть, т.к. ими окажутся синие треугольники и тогда синих фигур будет больше 19. Мы получили максимальное и минимальное возможное количество треугольников. Для любого количества от 6 до 19 есть пример.

Возьмём крайний случай, когда треугольников 6, а все фигуры синие. Если одну из нетреугольных фигур перекрасить, например, в красный цвет и добавить ещё один синий треугольник, то условие задачи будет снова выполняться, а треугольников окажется 7. Затем можно перекрасить ещё одну синюю нетреугольную фигуру и добавить синий треугольник — треугольников станет 8. И так далее, пока синие нетреугольные фигуры не кончатся и мы не получим другой крайний случай — все синие фигуры являются треугольниками.

Задание 2. Вариант 2. Оля нарисовала на листе бумаги несколько непересекающихся фигур: квадраты, треугольники, прямоугольники, возможно, круги (никаких других, кроме перечисленных, она не рисовала). Виталик сосчитал, что среди них ровно 4 квадрата, 6 треугольников, 5 прямоугольников и 15 красных фигур (он сосчитал все фигуры каждого типа). Сколько треугольников могла нарисовать Оля, если каждую нарисованную фигуру Виталик сосчитал хотя бы раз? Выберите все подходящие варианты:

Ответ:

- 0
- 1
- 3
- ✓ 4
- ✓ 6
- ✓ 7

- ✓ 9
- ✓ 15

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 2. Вариант 3. Костя нарисовал на листе бумаги несколько непересекающихся фигур: квадраты, круги, прямоугольники, возможно, треугольники (никаких других, кроме перечисленных, он не рисовал). Женя сосчитал, что среди них ровно 5 квадратов, 5 кругов, 7 прямоугольников и 10 синих фигур (он сосчитал все фигуры каждого типа). Сколько треугольников мог нарисовать Костя, если каждую нарисованную фигуру Женя сосчитал хотя бы раз? Выберите все подходящие варианты:

Ответ:

- ✓ 0
- ✓ 1
- ✓ 2
- ✓ 3
- ✓ 4
- ✓ 9
- ✓ 10
- 17

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 2. Вариант 4. Гриша нарисовал на листе бумаги несколько непересекающихся фигур: квадраты, треугольники, прямоугольники, возможно, круги (никаких других, кроме перечисленных, он не рисовал). Ваня сосчитал, что среди них ровно 3 квадрата, 7 треугольников, 6 прямоугольников и 14 зелёных фигур (он сосчитал все фигуры каждого типа). Сколько кругов мог нарисовать Гриша, если каждую нарисованную фигуру Ваня сосчитал хотя бы раз? Выберите все подходящие варианты:

Ответ:

- 0
- ✓ 1
- ✓ 2
- ✓ 7
- ✓ 9
- ✓ 12
- ✓ 14
- 15

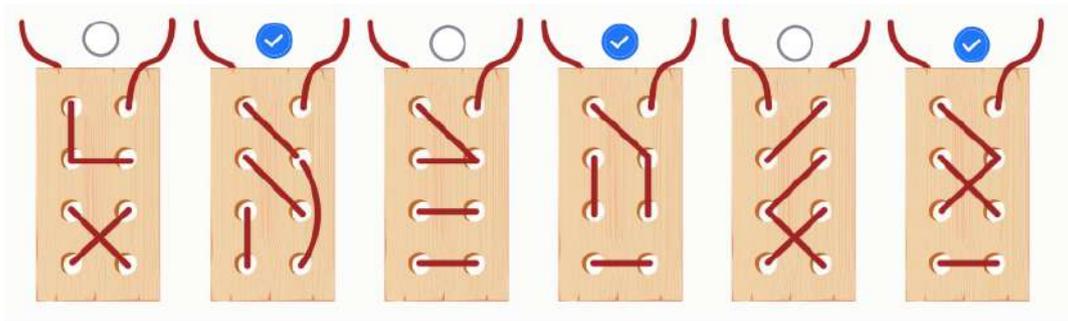
Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 3. Вариант 1. Петя взял длинный шнурок и дощечку с 8 дырочками. Он продел шнурок в дырочки так, что с одной стороны дощечки у него получился рисунок, показанный на картинке:



Как могла выглядеть противоположная сторона дощечки, если никакую линию на каждой из указанных картинок он не проводил шнурком дважды (проводить линию одновременно с обеих сторон можно)? Выберите все подходящие варианты:

Ответ:



Решение.

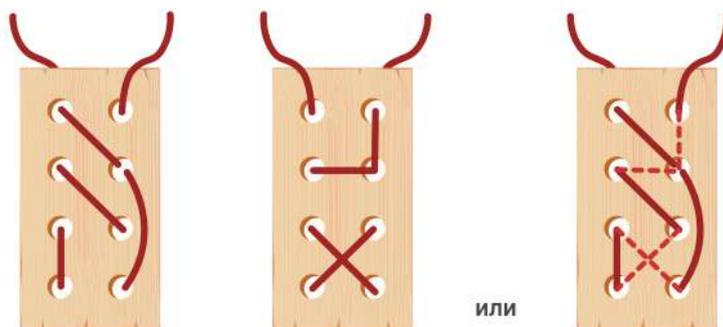
Обозначим участки шнурков с внешней стороны красным, а с внутренней — синим. Затем нарисуем соответствующий рисунком «путь» для шнурка, чередуя красные и синие отрезки. Пронумеруем дырочки дощечки. Тогда если для внутренней стороны это

| | |
|---|---|
| 1 | 5 |
| 2 | 6 |
| 3 | 7 |
| 4 | 8 |

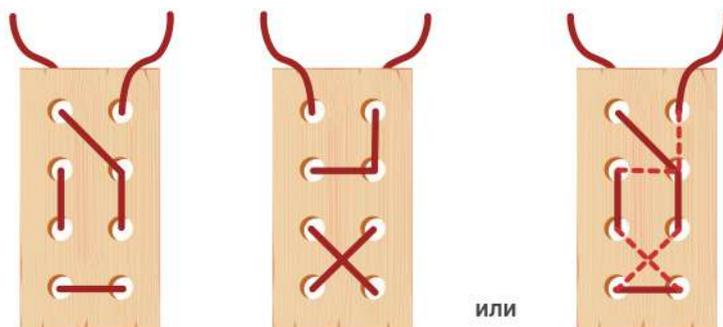
то для внешней порядок зеркальный, то есть

| | |
|---|---|
| 5 | 1 |
| 6 | 2 |
| 7 | 3 |
| 8 | 4 |

Теперь можно рассмотреть каждый вариант и проверить, существует ли требуемый путь. А и В — путь невозможен, так как дырочки 1, 2, 5, 6 и 3, 4, 7, 8 изолированы друг от друга.



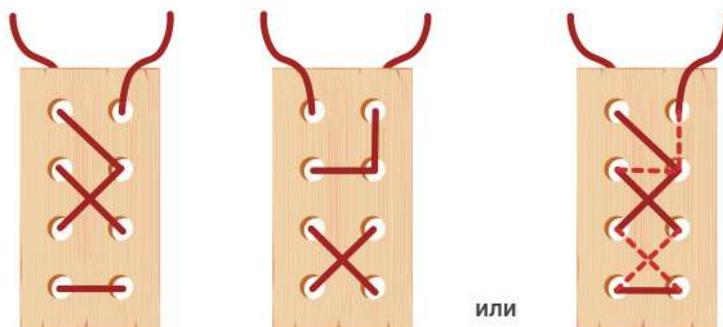
Искомый путь 1 – 6 – 2 – 7 – 4 – 3 – 8 – 6 – 5.



Искомый путь 1 – 6 – 2 – 3 – 8 – 4 – 7 – 6 – 5.

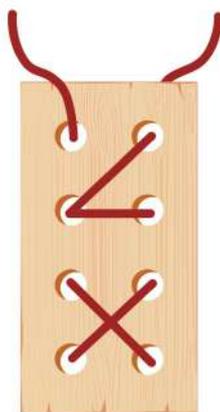


Мы видим, что через дырочку № 1 ни с одной стороны не проходит шнурок. Поэтому такой рисунок тоже невозможен.



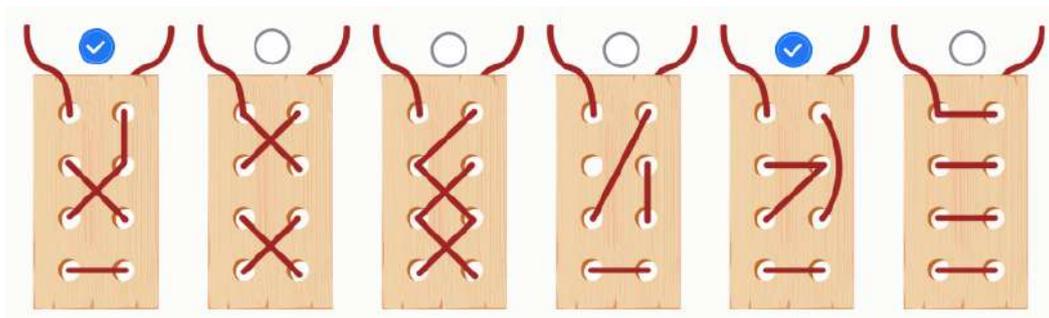
Искомый путь 1 – 6 – 2 – 7 – 4 – 8 – 3 – 6 – 5.

Задание 3. Вариант 2. Петя взял длинный шнурок и дощечку с 8 дырочками. Он продел шнурок в дырочки так, что с одной стороны дощечки у него получился рисунок, показанный на картинке:



Как могла выглядеть противоположная сторона дощечки, если никакую линию на каждой из указанных картинок он не проводил шнурком дважды (проводить линию одновременно с обеих сторон можно)? Выберите все подходящие варианты:

Ответ:



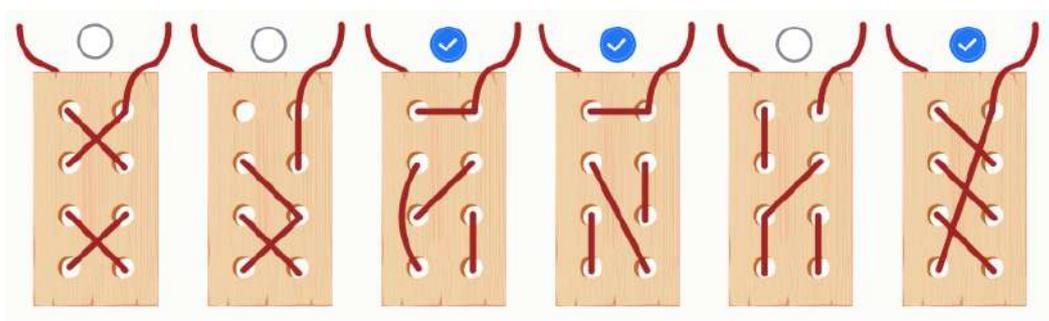
Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 3. Вариант 3. Петя взял длинный шнурок и дощечку с 8 дырочками. Он продел шнурок в дырочки так, что с одной стороны дощечки у него получился рисунок, показанный на картинке:

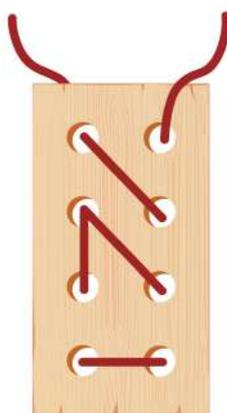


Как могла выглядеть противоположная сторона дощечки, если никакую линию на каждой из указанных картинок он не проводил шнурком дважды (проводить линию одновременно с обеих сторон можно)? Выберите все подходящие варианты:

Ответ:

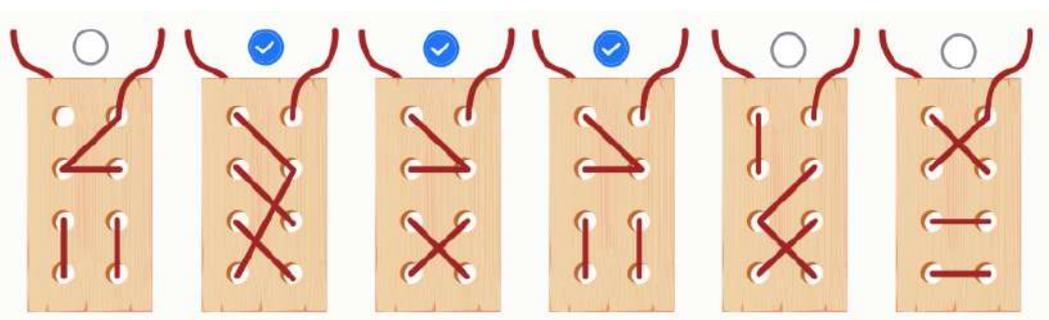


Задание 3. Вариант 4. Петя взял длинный шнурок и дощечку с 8 дырочками. Он продел шнурок в дырочки так, что с одной стороны дощечки у него получился рисунок, показанный на картинке:



Как могла выглядеть противоположная сторона дощечки, если никакую линию на каждой из указанных картинок он не проводил шнурком дважды (проводить линию одновременно с обеих сторон можно)? Выберите все подходящие варианты:

Ответ:



Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 4. Вариант 1. У Бориса есть линейка с сантиметровыми и миллиметровыми делениями. Первая отметка (сантиметровая) приходится на 0 см. Борис сосчитал, что на этой линейке в точности 70 миллиметровых делений.



Чему равно расстояние между первым и последним делениями этой линейки? Ответ выразите в миллиметрах.

Ответ: 77

Решение.

Между двумя сантиметровыми делениями расположено 9 миллиметровых. Поскольку линейка начинается с сантиметровой отметки, получаем полных 7 сантиметров ($7 \cdot 9 = 63$) и ещё 7 делений. Значит, ещё 7 мм. Сантиметровой отметки дальше нет, так как иначе было бы ещё 9, а не 7 миллиметровых.

Задание 4. Вариант 2. У Феликса есть линейка с сантиметровыми и миллиметровыми делениями. Первая отметка (сантиметровая) приходится на 0 см. Феликс сосчитал, что на этой линейке в точности 88 миллиметровых делений.



Чему равно расстояние между первым и последним делениями этой линейки? Ответ выразите в миллиметрах.

Ответ: 97

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 4. Вариант 3. У Ксюши есть линейка с сантиметровыми и миллиметровыми делениями. Первая отметка (сантиметровая) приходится на 0 см. Ксюша сосчитала, что на этой линейке в точности 77 миллиметровых делений.



Чему равно расстояние между первым и последним делениями этой линейки? Ответ выразите в миллиметрах.

Ответ: 85

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 4. Вариант 4. У Беллы есть линейка с сантиметровыми и миллиметровыми делениями. Первая отметка (сантиметровая) приходится на 0 см. Белла сосчитала, что на этой линейке в точности 60 миллиметровых делений.



Чему равно расстояние между первым и последним делениями этой линейки? Ответ выразите в миллиметрах.

Ответ: 66

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 5. Вариант 1. На новогоднем празднике каждый пятый ребёнок был в костюме Белоснежки. После того как во время праздника пришло ещё девять детей в костюмах Гномиков, в костюме Белоснежки оказался каждый восьмой ребёнок. Сколько всего детей в итоге участвовало в этом празднике?

Ответ: 24

Решение.

До прихода «гномиков» всех детей можно было разбить на группы по 5 человек, в каждой из которых была одна «Белоснежка». После прихода «гномов» всех детей стало возможным разбить на группы по 8 человек, в каждой из которых была одна «Белоснежка» и 7 обладателей прочих костюмов. Так как «Белоснежек» осталось то же количество, исходные группы увеличились на три человека. А так как пришло 9 детей, групп было 3. Значит, до прихода «гномов» всего было 15 человек, а после — 24.

Задание 5. Вариант 2. На новогоднем празднике каждый шестой ребёнок был в костюме зайчика. После того как во время праздника пришло ещё девять детей в костюмах Гномиков, в костюме зайчика оказался каждый девятый ребёнок. Сколько всего детей в итоге участвовало в этом празднике?

Ответ: 27

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 5. Вариант 3. На новогоднем празднике каждый пятый ребёнок был в костюме снежинки. После того как во время праздника пришло ещё шестнадцать детей в костюмах зайчиков, в костюме снежинки оказался каждый девятый ребёнок. Сколько всего детей в итоге участвовало в этом празднике?

Ответ: 36

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 5. Вариант 4. На новогоднем празднике каждый пятый ребёнок был в костюме зайчика. После того как во время праздника пришло ещё двенадцать детей в костюмах снежинок, в костюме зайчика оказался каждый восьмой ребёнок. Сколько всего детей в итоге участвовало в этом празднике?

Ответ: 32

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 6. Вариант 1. Однажды на вечеринке разговаривали четверо друзей.

Василиса заявила: «Во всех моих предложениях меньше семи слов».

Павел ответил: «А в моём предложении не больше восьми слов!»

Олег высказался: «Василиса и Павел оба сказали правду».

Коля мрачно добавил: «Но вообще-то либо Василиса, либо Олег, либо они оба солгали».

Кто сказал правду?

Ответ:

- Василиса
- ✓ Павел
- Олег
- ✓ Коля

Решение.

Рассмотрим заявление Василисы. В данном предложении ровно 7 слов. Значит, Василиса сейчас точно сказала неправду. Отсюда сразу следует, что Олег тоже соврал, так как он сообщил, что Василиса сказала правду. Сосчитаем слова в предложении Павла. Там ровно 8 слов, что согласуется с утверждением, что в этом предложении не больше 8 слов. Таким образом, Павел сказал правду — как и Коля, поскольку предложение «либо ..., либо ..., либо ...» будет истинным, если верна хотя бы одна его часть. А тут верна часть о том, что Василиса солгала.

Задание 6. Вариант 2. Однажды на вечеринке разговаривали четверо друзей.

Аля заявила: «Во всех моих предложениях больше семи слов».

Рома ответил: «А в этом моём предложении не больше девяти слов!».

Олег высказался: «Аля и Рома оба солгали».

Федя мрачно добавил: «Но вообще-то либо Аля, либо Рома, либо они оба сказали правду».

Кто сказал правду?

Ответ:

- Аля
- ✓ Рома
- Олег
- ✓ Федя

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 6. Вариант 3. Однажды на вечеринке разговаривали четверо друзей.

Ира заявила: «Во всех моих предложениях всегда больше восьми слов».

Миша ответил: «В этот раз ты лжёшь!»

Коля высказался: «Кто-то из вас точно солгал!»

Федя мрачно добавил: «Но вообще-то либо Ира, либо Коля, либо они оба солгали».

Кто сказал правду?

Ответ:

- Ира
- ✓ Миша
- ✓ Коля
- ✓ Федя

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 6. Вариант 4. Однажды на вечеринке разговаривали четверо друзей.

Олег заявил: «Во всех моих предложениях больше семи слов».

Игорь ответил: «А в моём предложении не меньше восьми слов!»

Гриша высказался: «Олег и Игорь оба сказали правду».

Коля мрачно добавил: «Но вообще-то либо Олег, либо Гриша, либо они оба солгали».

Кто сказал правду?

Ответ:

- Олег
- ✓ Игорь
- Гриша
- ✓ Коля

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 7. Вариант 1. У бабушки есть двое часов, но одни отстают на 5 минут каждый час, а другие убегают вперёд на 5 минут каждый час. Однажды Петя в воскресенье в полдень (12 : 00) завёл все часы и установил правильное время. На следующий день бабушка в какой-то момент обнаружила, что показания приборов отличаются ровно на 5 часов. Сколько времени было на самом деле в этот момент? Ответ запишите в 24-часовом формате ЧЧ:ММ.

Ответ: 18 : 00

Решение.

Каждый час показания часов расходятся на 10 минут. Чтобы набежала разница в 5 часов (=300 минут), должно пройти 30 часов. То есть это 6 часов вечера в понедельник.

Задание 7. Вариант 2. У бабушки есть двое часов, но одни отстают на 10 минут каждый час, а другие убегают вперёд на 10 минут каждый час. Однажды Петя в воскресенье вечером (18 : 00) завёл все часы и установил правильное время. На следующий день бабушка в какой-то момент обнаружила, что показания приборов отличаются ровно на 5 часов. Сколько времени было на самом деле в этот момент? Ответ запишите в 24-часовом формате ЧЧ:ММ.

Ответ: 9 : 00

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 7. Вариант 3. У бабушки есть двое часов, но одни отстают на 3 минуты каждый час, а другие убегают вперёд на 3 минуты каждый час. Однажды утром в 10 : 00 Петя завёл все часы и установил правильное время. На следующий день бабушка в какой-то момент обнаружила, что показания приборов отличаются ровно на 3 часа. Сколько времени было на самом деле в этот момент? Ответ запишите в 24-часовом формате ЧЧ:ММ.

Ответ: 16 : 00

Решение по аналогии с вариантом 1

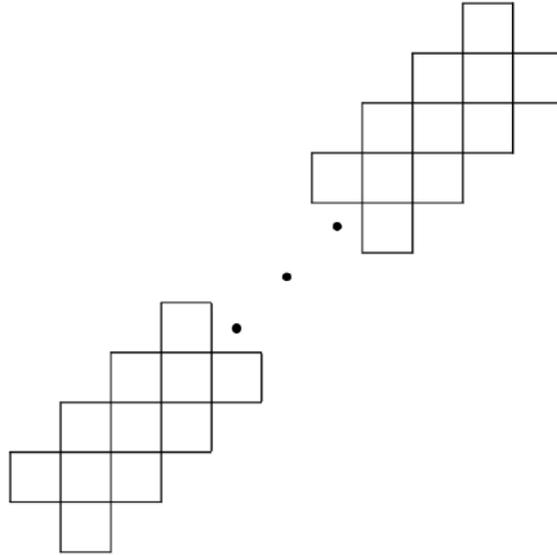
Задание 7. Вариант 4. У бабушки есть двое часов, но одни отстают на 6 минут каждый час, а другие убегают вперёд на 6 минут каждый час. Однажды утром в 11 : 00 Петя завёл все часы и установил правильное время. На следующий день бабушка в какой-то момент обнаружила, что показания приборов отличаются ровно на 6 часов. Сколько времени было на самом деле в этот момент? Ответ запишите в 24-часовом формате ЧЧ:ММ.

Ответ: 17 : 00

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 8. Вариант 1.

Имеется длинная клетчатая фигура из 2024 клеток, как показано на рисунке.

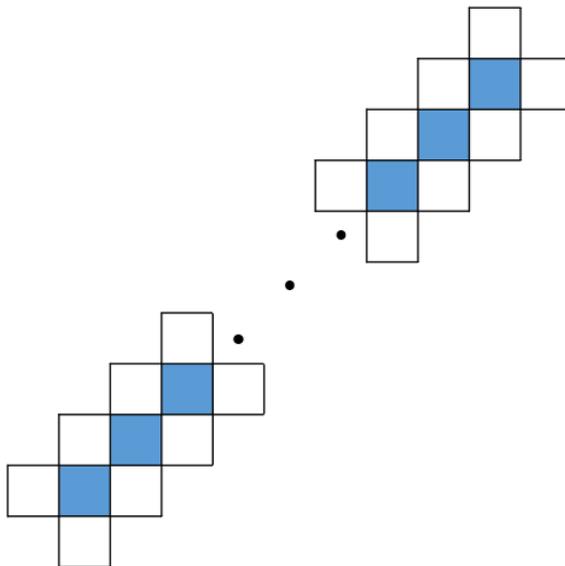


Сколькими способами из неё можно вырезать один прямоугольник из двух клеточек ( или )?

Ответ: 2696

Решение.

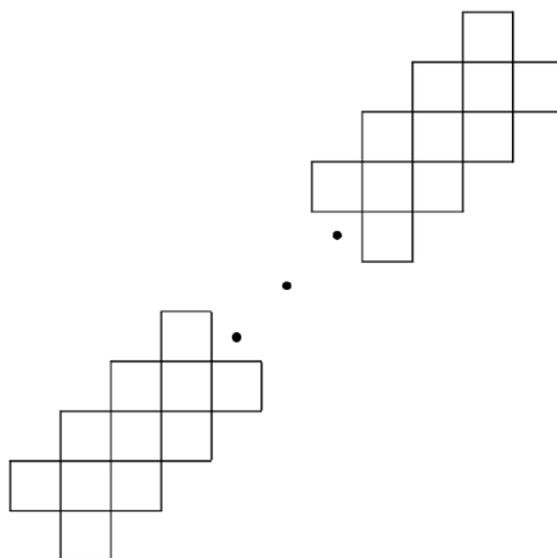
В фигуре 2024 клетки (диагональных клеток 674 — они для удобства выделены синим).



Вертикальных  674 и 674 вертикальных . То есть вертикальных $674 \cdot 2$ и столько же горизонтальных. Итого 2696.

Задание 8. Вариант 2.

Имеется длинная клетчатая фигура из 2324 клеток, как показано на рисунке.



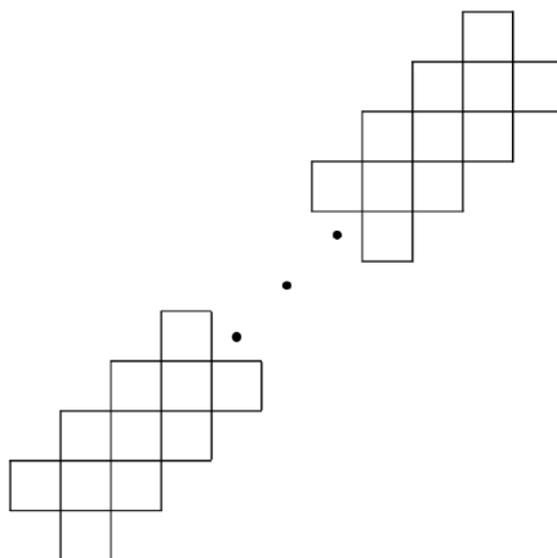
Сколькими способами из неё можно вырезать один прямоугольник из двух клеточек ($\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array}$ или $\begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array}$)?

Ответ: 3096

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 8. Вариант 3.

Имеется длинная клетчатая фигура из 2624 клеток, как показано на рисунке.



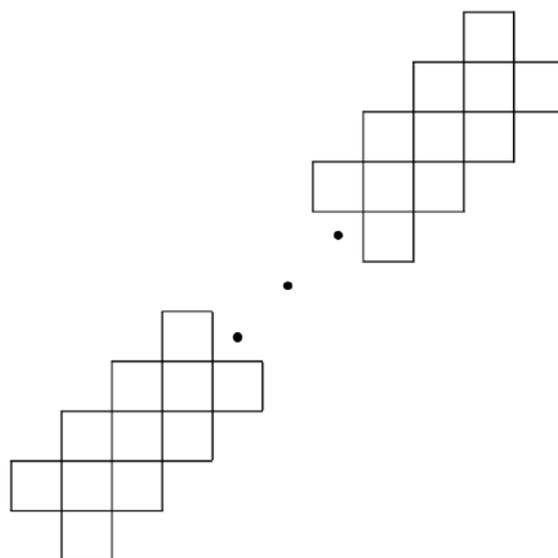
Сколькими способами из неё можно вырезать один прямоугольник из двух клеточек ($\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array}$ или $\begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array}$)?

Ответ: 3496

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 8. Вариант 4.

Имеется длинная клетчатая фигура из 2924 клеток, как показано на рисунке.



Сколькими способами из неё можно вырезать один прямоугольник из двух клеточек ( или )?

Ответ: 3896

Решение по аналогии с вариантом 1