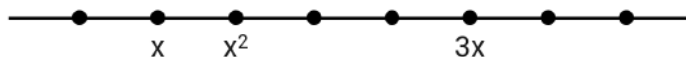


Максимальное количество баллов за олимпиаду — 8

Задание 1. Вариант 1. На прямой отмечены точки, расстояния между любыми двумя соседними отмеченными точками равны. Известно, что три из этих точек имеют координаты x , x^2 и $3x$, как показано на рисунке.



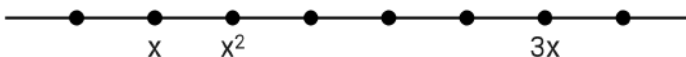
Чему равно расстояние между двумя соседними отмеченными точками?

Задание 1. Вариант 2. На прямой отмечены точки, расстояния между любыми двумя соседними отмеченными точками равны. Известно, что три из этих точек имеют координаты x , x^2 и $4x$, как показано на рисунке.



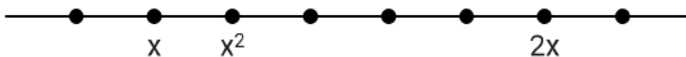
Чему равно расстояние между двумя соседними отмеченными точками?

Задание 1. Вариант 3. На прямой отмечены точки, расстояния между любыми двумя соседними отмеченными точками равны. Известно, что три из этих точек имеют координаты x , x^2 и $3x$, как показано на рисунке.



Чему равно расстояние между двумя соседними отмеченными точками?

Задание 1. Вариант 4. На прямой отмечены точки, расстояния между любыми двумя соседними отмеченными точками равны. Известно, что три из этих точек имеют координаты x , x^2 и $2x$, как показано на рисунке.



Чему равно расстояние между двумя соседними отмеченными точками?

Задание 2. Вариант 1. Три ёжика переносят на себе заготовки на зиму. Первый ёжик может нести максимум 50 г, второй — максимум 40 г, третий — максимум 80 г. Вчера ёжики несли на себе суммарно 150 г. А сегодня первый ёжик несёт столько же, сколько вчера, второй — в два раза больше, чем вчера, третий — в 4 раза меньше, чем вчера. Какова суммарная масса груза, который несут на себе сегодня ёжики? Ответ выразите в граммах.

Задание 2. Вариант 2. Три ёжика переносят на себе заготовки на зиму. Первый ёжик может нести максимум 40 г, второй — максимум 50 г, третий — максимум 120 г. Вчера ёжики несли на себе суммарно 185 г. А сегодня первый ёжик несёт столько же, сколько вчера, второй — в два раза больше, чем вчера, третий — в 3 раза меньше, чем вчера. Какова суммарная масса груза, который несут на себе сегодня ёжики? Ответ выразите в граммах.

Задание 2. Вариант 3. Три ёжика переносят на себе заготовки на зиму. Первый ёжик может нести максимум 60 г, второй — максимум 100 г, третий — максимум 90 г. Вчера ёжики несли на себе суммарно 200 г. А сегодня первый ёжик несёт столько же, сколько вчера, второй — в два раза больше, чем вчера, третий — в 3 раза меньше, чем вчера. Какова суммарная масса груза, который несут на себе сегодня ёжики? Ответ выразите в граммах.

Задание 2. Вариант 4. Три ёжика переносят на себе заготовки на зиму. Первый ёжик может нести максимум 50 г, второй — максимум 60 г, третий — максимум 90 г. Вчера ёжики несли на себе суммарно 160 г. А сегодня первый ёжик несёт столько же, сколько вчера, второй — в три раза больше, чем вчера, третий — в 3 раза меньше, чем вчера. Какова суммарная масса груза, который несут на себе сегодня ёжики? Ответ выразите в граммах.

Задание 3. Вариант 1. Команды «Зенит», «Динамо» и «Локомотив» играли в волейбол. В каждом матче участвовали две из этих команд, в волейболе не бывает ничьих. Команда «Зенит» выиграла 10 матчей и проиграла 7 матчей. Команда «Динамо» выиграла 8 матчей и проиграла 17 матчей. Команда «Локомотив» проиграла 9 матчей. Сколько матчей выиграла команда «Локомотив»?

Задание 3. Вариант 2. Команды «Зенит», «Динамо» и «Локомотив» играли в волейбол. В каждом матче участвовали две из этих команд, в волейболе не бывает ничьих. Команда «Зенит» выиграла 10 матчей и проиграла 17 матчей. Команда «Динамо» выиграла 19 матчей и проиграла 4 матча. Команда «Локомотив» выиграла 3 матча. Сколько матчей проиграла команда «Локомотив»?

Задание 3. Вариант 3. Команды «Зенит», «Динамо» и «Локомотив» играли в волейбол. В каждом матче участвовали две из этих команд, в волейболе не бывает ничьих. Команда «Зенит» выиграла 9 матчей и проиграла 20 матчей. Команда «Динамо» выиграла 18 матчей и проиграла 6 матчей. Команда «Локомотив» выиграла 7 матчей. Сколько матчей проиграла команда «Локомотив»?

Задание 3. Вариант 4. Команды «Зенит», «Динамо» и «Локомотив» играли в волейбол. В каждом матче участвовали две из этих команд, в волейболе не бывает ничьих. Команда «Зенит» выиграла 2 матчей и проиграла 10 матчей. Команда «Динамо» выиграла 13 матчей и проиграла 6 матчей. Команда «Локомотив» проиграла 9 матчей. Сколько матчей выиграла команда «Локомотив»?

Задание 4. Вариант 1.

Четыре действительных числа a , b , c и d удовлетворяют условиям

$$a < b < c < d \text{ и } \frac{1}{b} < \frac{1}{a} < \frac{1}{d} < \frac{1}{c}.$$

Какие из следующих выражений обязательно положительны?

Ответ:

- $a + b + c + d$
- $-a - b + c + d$
- $-a - b - c + d$
- $a - b + c - d$
- $-a + b + c - d$

Задание 4. Вариант 2.

Четыре действительных числа a , b , c и d удовлетворяют условиям

$$a < b < c < d \text{ и } \frac{1}{a} < \frac{1}{d} < \frac{1}{c} < \frac{1}{b}.$$

Какие из следующих выражений обязательно положительны?

Ответ:

- $a - b + c + d$
- $-a + b + c + d$
- $-a + b - c + d$
- $a + b + c - d$
- $-a - b + c - d$

Задание 4. Вариант 3.

Четыре действительных числа a , b , c и d удовлетворяют условиям

$$a < b < c < d \text{ и } \frac{1}{c} < \frac{1}{b} < \frac{1}{a} < \frac{1}{d}.$$

Какие из следующих выражений обязательно положительны?

Ответ:

- $-a + b - c + d$
- $-a - b - c + d$
- $-a - b + c + d$
- $a - b - c - d$
- $-a + b - c - d$

Задание 4. Вариант 4.

Четыре действительных числа a , b , c и d удовлетворяют условиям

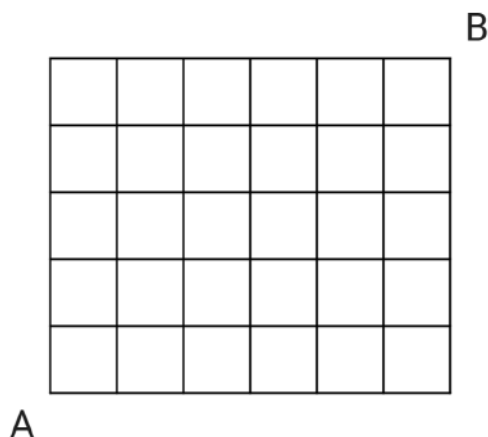
$$a < b < c < d \text{ и } \frac{1}{b} < \frac{1}{a} < \frac{1}{d} < \frac{1}{c}.$$

Какие из следующих выражений обязательно положительны?

Ответ:

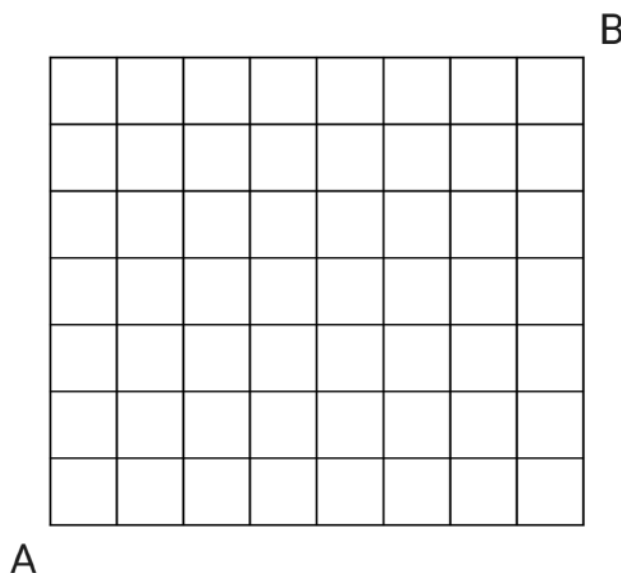
- $-a + b - c + d$
- $-a - b + c + d$
- $-a + b + c + d$
- $a + b + c - d$
- $-a + b + c - d$

Задание 5. Вариант 1. Две черепахи движутся по линиям сетки прямоугольника 5×6 со стороной 1, стартуя одновременно: одна из точки A , другая — из B .



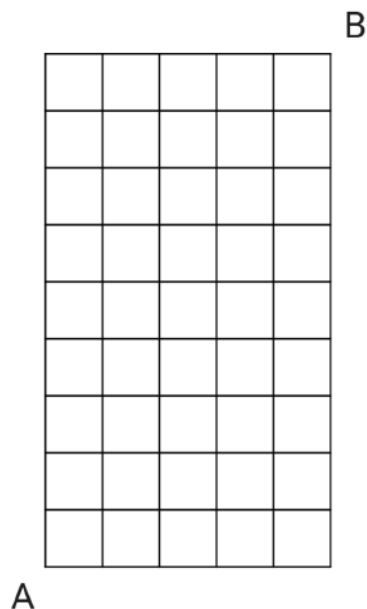
Черепаха, стартующая из A , всегда движется вправо или вверх, а черепаха, стартующая из B , всегда движется влево или вниз. Скорость черепахи, стартующей из A , составляет две трети скорости другой черепахи. Сколько существует единичных отрезков сетки, на которых черепахи могут встретиться?

Задание 5. Вариант 2. Две черепахи движутся по линиям сетки прямоугольника 7×8 со стороной 1, стартуя одновременно: одна из точки A , другая — из B .



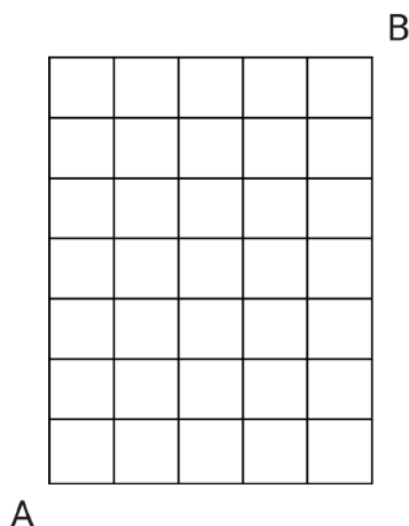
Черепаха, стартующая из A , всегда движется вправо или вверх, а черепаха, стартующая из B , всегда движется влево или вниз. Скорость черепахи, стартующей из A , составляет три четверти скорости другой черепахи. Сколько существует единичных отрезков сетки, на которых черепахи могут встретиться?

Задание 5. Вариант 3. Две черепахи движутся по линиям сетки прямоугольника 9×5 со стороной 1, стартуя одновременно: одна из точки A , другая — из B .



Черепашка, стартующая из A , всегда движется вправо или вверх, а черепашка, стартующая из B , всегда движется влево или вниз. Скорость черепашки, стартующей из A , в полтора раза больше скорости другой черепашки. Сколько существует единичных отрезков сетки, на которых черепашки могут встретиться?

Задание 5. Вариант 4. Две черепашки движутся по линиям сетки прямоугольника 7×5 со стороной 1, стартуя одновременно: одна из точки A , другая — из B .



Черепашка, стартующая из A , всегда движется вправо или вверх, а черепашка, стартующая из B , всегда движется влево или вниз. Скорость черепашки, стартующей из A , составляет две пятых скорости другой черепашки. Сколько существует единичных отрезков сетки, на которых черепашки могут встретиться?

Задание 6. Вариант 1. Петя написал на доске 7 натуральных чисел, среди которых нет одинаковых, и заметил, что:

- сумма любых трёх из них делится на 3;
- сумма любых четырёх из них делится на 4;
- сумма любых пяти из них делится на 5.

Найдите наименьшее возможное значение наибольшего из написанных на доске чисел.

Задание 6. Вариант 2. Петя написал на доске 11 натуральных чисел, среди которых нет одинаковых, и заметил, что:

- сумма любых трёх из них делится на 3;
- сумма любых четырёх из них делится на 4;
- сумма любых семи из них делится на 7.

Найдите наименьшее возможное значение наибольшего из написанных на доске чисел.

Задание 6. Вариант 3. Петя написал на доске 11 натуральных чисел, среди которых нет одинаковых, и заметил, что:

- сумма любых трёх из них делится на 3;
- сумма любых пяти из них делится на 5;
- сумма любых восьми из них делится на 8.

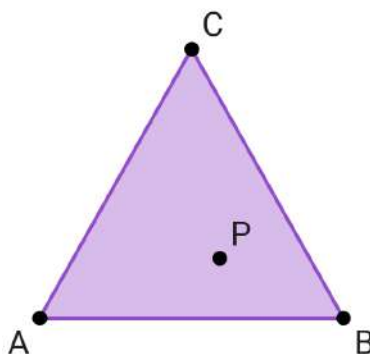
Найдите наименьшее возможное значение наибольшего из написанных на доске чисел.

Задание 6. Вариант 4. Петя написал на доске 10 натуральных чисел, среди которых нет одинаковых, и заметил, что:

- сумма любых пяти из них делится на 5;
- сумма любых шести из них делится на 6;
- сумма любых семи из них делится на 7.

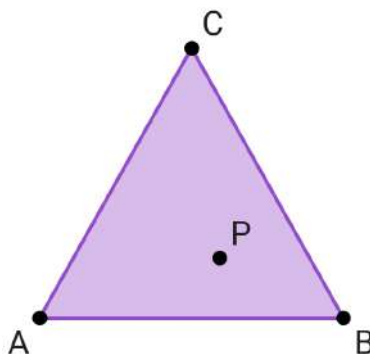
Найдите наименьшее возможное значение наибольшего из написанных на доске чисел.

Задание 7. Вариант 1. Точка P внутри равностороннего треугольника со стороной $8\sqrt{3}$ такова, что $S_{ABP} + S_{ACP} = 3S_{BCP}$.



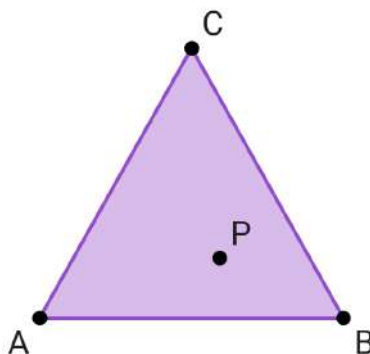
Какую наименьшую длину может иметь отрезок AP ? Через S_{XYZ} обозначается площадь треугольника XYZ .

Задание 7. Вариант 2. Точка P внутри равностороннего треугольника со стороной $14\sqrt{3}$ такова, что $S_{ABP} + S_{ACP} = 6S_{BCP}$.



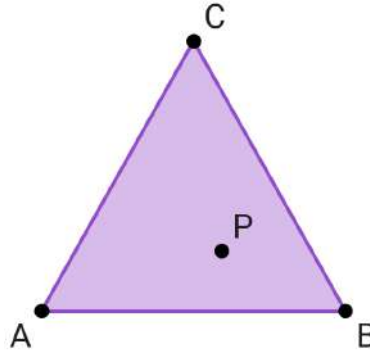
Какую наименьшую длину может иметь отрезок AP ? Через S_{XYZ} обозначается площадь треугольника XYZ .

Задание 7. Вариант 3. Точка P внутри равностороннего треугольника со стороной $10\sqrt{3}$ такова, что $S_{ABP} + S_{ACP} = 4S_{BCP}$.



Какую наименьшую длину может иметь отрезок AP ? Через S_{XYZ} обозначается площадь треугольника XYZ .

Задание 7. Вариант 4. Точка P внутри равностороннего треугольника со стороной $12\sqrt{3}$ такова, что $S_{ABP} + S_{ACP} = 5S_{BCP}$.



Какую наименьшую длину может иметь отрезок AP ? Через S_{XYZ} обозначается площадь треугольника XYZ .

Задание 8. Вариант 1. Действительные числа x_1, x_2, x_3, x_4 таковы, что $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10$ и $\frac{1}{x_2 + x_3 + x_4} + \frac{2}{x_1 + x_3 + x_4} + \frac{3}{x_1 + x_2 + x_4} + \frac{4}{x_1 + x_2 + x_3} = 25$.
Чему равно значение выражения $\frac{x_1}{x_2 + x_3 + x_4} + \frac{2x_2}{x_1 + x_3 + x_4} + \frac{3x_3}{x_1 + x_2 + x_4} + \frac{4x_4}{x_1 + x_2 + x_3}$?

Задание 8. Вариант 2. Действительные числа x_1, x_2, x_3, x_4 таковы, что $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5$ и $\frac{1}{x_2 + x_3 + x_4} + \frac{2}{x_1 + x_3 + x_4} + \frac{3}{x_1 + x_2 + x_4} + \frac{4}{x_1 + x_2 + x_3} = 24$.
Чему равно значение выражения $\frac{x_1}{x_2 + x_3 + x_4} + \frac{2x_2}{x_1 + x_3 + x_4} + \frac{3x_3}{x_1 + x_2 + x_4} + \frac{4x_4}{x_1 + x_2 + x_3}$?

Задание 8. Вариант 3. Действительные числа x_1, x_2, x_3, x_4 таковы, что $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6$ и $\frac{1}{x_2 + x_3 + x_4} + \frac{2}{x_1 + x_3 + x_4} + \frac{3}{x_1 + x_2 + x_4} + \frac{4}{x_1 + x_2 + x_3} = 15$.
Чему равно значение выражения $\frac{x_1}{x_2 + x_3 + x_4} + \frac{2x_2}{x_1 + x_3 + x_4} + \frac{3x_3}{x_1 + x_2 + x_4} + \frac{4x_4}{x_1 + x_2 + x_3}$?

Задание 8. Вариант 4. Действительные числа x_1, x_2, x_3, x_4 таковы, что $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20$ и $\frac{1}{x_2 + x_3 + x_4} + \frac{2}{x_1 + x_3 + x_4} + \frac{3}{x_1 + x_2 + x_4} + \frac{4}{x_1 + x_2 + x_3} = 13$.
Чему равно значение выражения $\frac{x_1}{x_2 + x_3 + x_4} + \frac{2x_2}{x_1 + x_3 + x_4} + \frac{3x_3}{x_1 + x_2 + x_4} + \frac{4x_4}{x_1 + x_2 + x_3}$?