

Всероссийская олимпиада школьников 2012-2013 в городе Москве

Типовые задания I (школьного) этапа по математике

7 класс. Краткие решения.

1. Петя обменивался наклейками. Одну наклейку он меняет на 5 других. Вначале у него была 1 наклейка. Сколько наклеек у него будет после 50 обменов?

Ответ. 201.

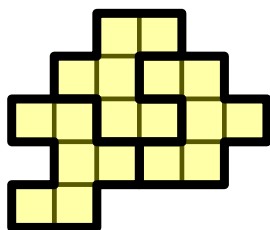
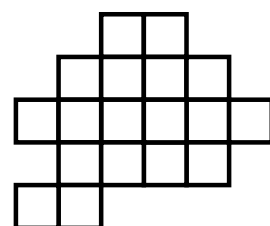
Решение. После каждого обмена количество Петиных наклеек увеличивается на 4 (одна наклейка исчезает и появляется 5 новых). После 50 обменов количество наклеек увеличится на $50 \cdot 4 = 200$. Вначале у Пети была одна наклейка, после 50 обменов будет $1 + 200 = 201$.

2. Однажды дядя Федор взвесил Шарика и Матроскина. Оказалось, что Шарик на 6 кг тяжелее Матроскина, а Матроскин втрое легче Шарика. Сколько весил Матроскин?

Ответ. 3 кг.

Решение. Так как Матроскин втрое легче Шарика, то Матроскин легче Шарика на два своих веса. По условию это равно 6 кг, т.е. Матроскин весит $6 : 2 = 3$ кг.

3. Разрежьте фигуру (по границам клеток) на три равные (одинаковые по форме и величине) части.



Ответ.

4. Напишите такие 7 последовательных натуральных чисел, чтобы среди цифр в их записи было ровно 16 двоек. (Последовательные числа отличаются на 1.)

Ответ. Подойдет любая из следующих двух последовательностей:

2215, 2216, 2217, 2218, 2219, 2220, 2221

2229, 2230, 2231, 2232, 2233, 2234, 2235

5. Мама купила коробку кускового сахара (сахар в кубиках). Дети сначала съели верхний слой – 77 кубиков, затем боковой слой – 55 кубиков, наконец, передний слой. Сколько кубиков сахара осталось в коробке?

Ответ. 300 или 0.

Решение. У коробки есть три измерения: высота, ширина и глубина. Чтобы узнать, сколько кубиков в верхнем слое, нужно ширину умножить на глубину, в боковом – высоту на глубину. После того, как был съеден верхний слой, высота уменьшилась на 1, а глубина осталась прежней. Т.е. 77 и 55 должны делиться на глубину исходной коробки. Т.к. у 77 и 55 общие множители только 1 и 11. Если глубина равна 1, то после съедания переднего слоя ничего не осталось. Если считать, что сахар все же остался, то глубина коробки 11. Тогда ширина $77:11=7$ кубиков, а высота после того, как верхний слой съеден, $55:11=5$ кубиков. После того, как будет съеден боковой слой, ширина уменьшится на 1 (и станет равна $7-1=6$ кубиков), а после того, как съедят передний слой, глубина уменьшится на 1 и станет равна $11-1=10$. Итого высота оставшегося в коробке сахара 5, ширина – 6, глубина – 10 кубиков. Т.е. в коробке осталось $5*6*10=300$ кубиков сахара.

6. Разрежьте квадрат со стороной 4 на прямоугольники, сумма периметров которых равна 25.

Ответ: Например, два прямоугольника $2 \times 0,5$ и один прямоугольник $3,5 \times 4$ – см. рисунок. Суммарный периметр $2*2*(2+0,5)+2*(3,5+4)=25$.

